محاسبه ماتریسی سیستمهای سه‌بعدی هیپر استاتیک از درجات بالا رابطه مشخصه یک میله از یک اسکلت

نوشته

دکترمهندس خسرو کریم پناهی

استادیار مقاومت مصالح دانشکده فنی

پیشگفتار

طی چندسال اخیر ماشینهای محاسبه الکترونیکی بصورت عموسی درحل مسائل مهندسی مورد استفاده قرارگرفته‌اند. دراوائل قرن اخیر مهندسین محاسبات خود را بادست‌انجام میدادند، بعدها ایجاد خط کش محاسبه و تابلوهای قبلاً محاسبه شده مشکلات را کمتر میکرد. کم کم جای وسایل محاسباتی فوق بماشینهای حساب معمولی‌الکترونیکی داده شد. درعصر ماماشینهای‌محاسباتی آنالوژیک والکترونیکی‌عددی وسائل باقدرتی برای محاسبه مسائل علمی و تجارتی بشمار میروند.

با تکمیل ماشینهای حساب الکترونیکی راه حل‌های کلاسیک سابق که بنظر غیر عملی میآمدند دوباره مورد توجه قرارگرفت ؛ ضمناً لازم شدکه زبان ریاضیات را با وسائل مورد بحث تطبیق داد و تکمیل کرد .

میتوان قبول‌نمود که تئوری انرژی در سال۱۷۱۷ توسط برنولی‌ظاهر شد ؛ درنیمه‌دوم قرن نوزدهم این قضایا تکمیل شد و مورد استفاده دانشمندانی مانند ماکسول - بتی - ویلیو - موهر - مولر - برزلو - کلاپیرن و کاستیگلیانو (۱) قرارگرفت، از آن‌زمان تاکنون‌قضایای‌انرژی کلید آنالیز مقاومت مصالح بوده‌اند.

درابتدای قرن بیستم طریقه‌ای که‌بیش‌از همه مورد استفاده قرارگرفت و بنام «معادلات تغییرشکل وتغییر زوایا» نامیده میشد، توسط‌پرفسورمانی(۲) درسال ۱۹۱۵ بناشددرحقیقت‌این طریقه دنباله‌ای‌برای طرق ماندلاو موهر (۳) ومقدمه‌ای‌برای‌طریقه‌مشهور کراس، که‌توسط پروفسور هاردی کراس(۴) در ۱۹۲۲ پیشنهاد

۱- Max well - Betti , Williot - Mohr , Müller - Bresleau , Clapayron Castiano

۲- Prf. G.A. Maney ۳ - Mandella

۴ - Hardy Cross

شده بود، منظور میشود. درعین حال پرفسور ساوطول[1] طریقه‌ای بنام «طریقه رلاکساسیون»[2]، که از بعضی لحاظ شبیه طریقه کراس میباشد، پیشنهاد کرد.

درحال حاضرطریقه کنی[3]، که همان طریقه کراس تغییر شکل یافته میباشد، مورد استفاده مهندسان است؛ دراین طریقه حل معادلات، که درطریقه کراس بکار برده میشد، حذف شده.

موازی وجلوتر از مطالعات ذکرشده درفوق، فکرحل مسائل هیپراستاتیک با استفاده از جبر ماتریسی تکمیل میبافت؛ بخصوص آرگیریس[4] مطالعات زیادی روی آنالیز ساختمان هواپیما نمود. نویسندگان بعدی‌مانند کرن (۱۹۳۹)، کلاو (۱۹۵۸)، لایوسبی و شور[5] (۱۹۵۸) کمکهای باارزشی، برای تکمیل طرق استفاده از جبر ماتریسی درحل مسائل مقاومت مصالح، نمودند.

لزوم تجدید نظر در زبان ریاضیات منجر باستفاده از جبر ماتریسی در مقاومت مصالح گردید؛ بدین ترتیب روز بروزاستفاده از رابطه مشخصه موجود بین متغیرهای وضعی از یکطرف و متغیرهای تنشی‌از طرف دیگر بیشتر میشود.

درحال حاضر تحول فوق اولین قدمهای خود را برمیدارد نتیجه‌این تحول‌استفاده از جبر خطی است که درحل‌مسائل مشکل اسکلتهای سه بعدی تسهیلات زیاد ایجاد مینماید.

درمطالب بعدی ما شکل عمومی رابطه موجود بین متغیرهای وضعی و تنشی یک‌میله را در یک سیستم مختصات‌غیر مشخص (عمودیامایل) ذکر میکنیم. منظورما از متغیرهای‌وضعی مجموعه متغیرهائیست که میتوانند کاملاً تغییر شکل (تغییر حالت عمومی) دستگاه فیزیکی را معلوم کنند و مقصود از متغیرهای تنشی‌مجموعه متغیرهائیست که این تغییرشکل را ایجاد میکنند. این نام‌گذاری بصورت عمومی‌انجام گردیده برای هردستگاه فیزیکی‌که دارای طبیعت خطی باشد قابل قبول است.

برای مثال دستگاه فیزیکی خطی میتوان جسم ارتجاعی‌را، که‌بصورت خطی (بدون کمانش) تحت اثر نیروهای خارجی تغییر شکل یافته باشد ویا یک شبکه الکتریکی تحت اثر انژکسیون شدت جریان را نام برد.

فرمول ماتریسی یك ساختمان سه بعدی

۱ ـ نامگذاری :

$$A^i \text{―――――――――――} A^j$$

(شکل ۱)

درفرمولهای بعدی مورد بحث نامگذاری‌های زیررا می‌پذیریم :

ـ A^i و A^j گره‌های انتهائی میله $\overrightarrow{A^iA^j}$

---

۱ - R.W.Southwell ۲ - Relaxation ۳ - Kani

٤ - J.H. Argyris ٥ - G. Kron , Rw.Claugh , Livesbey , S.Shore

— $\overrightarrow{U^{ij}_1}$ ، $\overrightarrow{U^{ij}_2}$ و $\overrightarrow{U^{ij}_3}$ بردارهای واحد ، بترتیب درامتداد میله و محورهای اینرسی میله (فرض میکنیم که محورهای اینرسی محورهای تقارن میله نیز باشند).

— $\theta^{ij}_1 = \left(\frac{GI_p}{l}\right)^{ij}$ ضریب مقاومت درمقابل پیچش (درجهت $\overrightarrow{U^{ij}_1}$)

— $\theta^{ij}_2 = \left(\frac{EI'}{l}\right)^{ij}$ » » خمش درجهت $\overrightarrow{U^{ij}_2}$

— $\theta^{ij}_3 = \left(\frac{EI''}{l}\right)^{ij}$ » » » » $\overrightarrow{U^{ij}_3}$

— $z^{ij} = \left(\frac{ES}{l}\right)^{ij}$ » انبساط طولی

$$\boxed{\alpha^{ij}}\Big|^k_l = \begin{vmatrix} (\alpha^{ij})^1_1 & (\alpha^{ij})^2_1 & (\alpha^{ij})^3_1 \\ (\alpha^{ij})^1_2 & (\alpha^{ij})^2_2 & (\alpha^{ij})^3_2 \\ (\alpha^{ij})^1_3 & (\alpha^{ij})^2_3 & (\alpha^{ij})^3_3 \end{vmatrix}$$

ماتریس تغییر محور از دستگاه محورهای $\vec{x}_k$ (محورهای ثابت) بدستگاه محورهای $\overrightarrow{U^{ij}_l}$ وابسته بمیله مورد نظر (ماتریس معکوس ماتریس کسینوس دیرکتورهای دستگاه محورهای $\overrightarrow{U^{ij}_l}$ نسبت بدستگاه محورهای $\vec{x}_k$)

ضمناً فرض میکنیم که داشته باشیم :

$$(1) \qquad \boxed{(D^{ij})^p_q} = [(\alpha^{ij})^p_m\,(\alpha^{ij})^q_n] = \begin{bmatrix} (\alpha^{ij})^p_1\ (\alpha^{ij})^q_1 & (\alpha^{ij})^p_2\ (\alpha^{ij})^q_1 & (\alpha^{ij})^p_3\ (\alpha^{ij})^q_1 \\ (\alpha^{ij})^p_1\ (\alpha^{ij})^q_2 & (\alpha^{ij})^p_2\ (\alpha^{ij})^q_2 & (\alpha^{ij})^p_3\ (\alpha^{ij})^q_2 \\ (\alpha^{ij})^p_1\ (\alpha^{ij})^q_3 & (\alpha^{ij})^p_2\ (\alpha^{ij})^q_3 & (\alpha^{ij})^p_3\ (\alpha^{ij})^q_3 \end{bmatrix}$$

(m متغیر روی خطوط از ۱ تا ۳ و ثابت روی ستونها ، n متغیر روی ستونها از ۱ تا ۳ وثابت روی خطوط)

میتوان براحتی ثابت نمود که رابطه زیر هنگامیکه مختصات نسبت بدستگاه محورهای $(\vec{x}_k)$ نوشته شده باشد موجود است:

$$(2) \qquad (\overrightarrow{U^{ij}_p} \cdot \vec{V})\ \overrightarrow{U^{ij}_q} = \boxed{(D^{ij})^p_q}\ \vec{V}$$

که در آن منظور از ضرب ماتریس $\boxed{(D^{ij})^p_q}$ دربردار $\vec{V}$ ، ضرب ماتریس اول در ماتریس ستون درسولفه های بردار $\vec{V}$

نسبت بمحورهای اصلی مختصات($\overrightarrow{x_k}$) میباشد . ماتریس $\boxed{(D^{ij})^p_q}$ نیز باید نسبت بهمین دستگاه محورها تنظیم شود در حقیقت محاسبه نشان میدهد :

$$(\overrightarrow{U^{ij}_p} \cdot \overrightarrow{V})\overrightarrow{U^{ij}_q} = [(\alpha^{ij})^p_1 v^1 + (\alpha^{ij})^p_2 v^2 + (\alpha^{ij})^p_3 v^3] \begin{Bmatrix} (\alpha^{ij})^q_1 \\ (\alpha^{ij})^q_2 \\ (\alpha^{ij})^q_3 \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{Bmatrix} (\alpha^{ij})^p_1 (\alpha^{ij})^q_1 v^1 + (\alpha^{ij})^p_2 (\alpha^{ij})^q_1 v^2 + (\alpha^{ij})^p_3 (\alpha^{ij})^q_1 v^3 \\ (\alpha^{ij})^p_1 (\alpha^{ij})^q_2 v^1 + (\alpha^{ij})^p_2 (\alpha^{ij})^q_2 v^2 + (\alpha^{ij})^p_3 (\alpha^{ij})^q_2 v^3 \\ (\alpha^{ij})^p_1 (\alpha^{ij})^q_3 v^1 + (\alpha^{ij})^p_2 (\alpha^{ij})^q_3 v^2 + (\alpha^{ij})^p_3 (\alpha^{ij})^q_3 v^3 \end{Bmatrix} = \boxed{(D^{ij})^p_q} \begin{Bmatrix} v^1 \\ v^2 \\ v^3 \end{Bmatrix}$$

طرف اول معادله فوق یک تانسور ناهمگرد (Contravariant) از درجه اول میباشد (مولفه های یک بردار مولفه های یک تانسور ناهمگردند) ؛ تساوی فوق ایجاب میکند که طرف دوم نیز مؤلفه های یک تانسور ناهمگرد باشند .

رابطه (۲) را بصورت زیر ، بانشان دادن ماتریس ستون مؤلفه های بردارها ، میتوان نوشت :

$$(\overrightarrow{U^{ij}_p} \cdot \overrightarrow{V})\left\{ (\alpha^{ij})I \right\} = \boxed{(D^{ij})^p_q} \left\{ v^q \right\} \quad (۳)$$

اگر رابطه (۳) را نسبت بدستگاه محورهای مختصات جدید $\overrightarrow{X_r}$ بنویسیم رابطه زیر بدست میآید .

$$(\overrightarrow{U^{ij}_p} \cdot \overrightarrow{V})\left\{ (A^{ij})^q_m \right\} = \boxed{(\Delta^{ij})^p_q} \left\{ V^q \right\} \quad (٤)$$

در روابط ۳ و ٤ مقدار ($\overrightarrow{U^{ij}_p} \cdot \overrightarrow{V}$) یک عدد وار (scalaire) بوده و ثابت (invariant) است و بستگی بدستگاه مختصات ندارد؛ اگر $\boxed{a}$ ماتریس تغییر مختصات $\overrightarrow{x_k}$ به $\overrightarrow{X_r}$ باشد میتوان روابط زیر را نوشت :

$$\left\{ (A^{ij})^q_m \right\} = \boxed{a}^{-1} \left\{ (\alpha^{ij})^q_I \right\} \quad (٥)$$

$$\left\{ V^q \right\} = \boxed{a}^{-1} \left\{ v^q \right\} \quad (٦)$$

با توجه بروابط ٥ و ٦ ، رابطه ٤ بصورت زیر نوشته میشود :

$$\left(\overrightarrow{U_p^{ij}} \cdot \vec{V}\right) \left\lfloor a \right\rfloor^{-1} \left\{ (\alpha^{ij})_I^q \right\} = \left| (\triangle^{ij})_q^p \right| \left\lfloor a \right\rfloor^{-1} \left\{ v^q \right\}$$

ویا :

$$\left(\overrightarrow{U_p^{ij}} \cdot \vec{V}\right) \left\{ (\alpha^{ij})_I^q \right\} = \left\lfloor a \right\rfloor \left| \triangle^{ij})_q^p \right| \left\lfloor a \right\rfloor^{-1} \left\{ v^q \right\} \qquad (۷)$$

با مقایسه روابط ۳ و ۷ نتیجه میشود :

$$\left| (D^{ij})_q^p \right| = \left\lfloor a \right\rfloor \left| (\triangle^{ij})_q^p \right| \left\lfloor a \right\rfloor^{-1}$$

ویا :

$$\left| (\triangle^{ij})_q^p \right| = \left\lfloor a \right\rfloor^{-1} \left| (D^{ij})_q^p \right| \left\lfloor a \right\rfloor \qquad (۸)$$

رابطه(۸) نشان میدهد که ماتریس $\left| (D^{ij})_q^p \right|$ ، بترتیبی که ساخته شد، یک تانسور مختلط از درجه دوم میباشد .

۲ ـ محاسبه نیروها ـ فرض کنیم f_1^{ij} و f_2^{ij} و f_3^{ij} مؤلفه های نیروی $\overrightarrow{f_{ij}}$ ، **نیروی وارد از طرف** میله بگره A^i ، نسبت بدستگاه $(\overrightarrow{U_{ij}})$ باشد

۲ ـ ۱ ـ نیروی طولی موجود درمیله $A^i A^j$ (مولفه f_1^{ij}) داری فرمول زیر است:

$$\overrightarrow{f_1^{ij}} = z^{ij}\left[\overrightarrow{U_1^{ij}} \cdot (\overrightarrow{\delta A^j} - \overrightarrow{\delta A^i}) - \lambda^{ij}\right]\overrightarrow{U_1^{ij}}$$

ویا :

$$\overrightarrow{f_1^{ij}} = z^{ij}\left\{\left| (D^{ij})_1^1 \right| (\overrightarrow{\delta A^j} - \overrightarrow{\delta A^i}) - \lambda^{ij}\overrightarrow{U_1^{ij}}\right\} \qquad (۹)$$

که در آن: ـ $\overrightarrow{\delta A^i}$ و $\overrightarrow{\delta A^j}$ تغییرمکانهای گرههای A^i و A^j هستند .

ـ λ^{ij} تغییرات کلی طولی میله $A^i A^j$ نسبت بطول فرضی داده شده برای میله میباشد (مثلا دراثر تغییر درجه حرارت $\lambda^{ij} = Kl\triangle t$ ویا دراثر نواقص ساختمانی: فرضی l ـ واقعی $l = \lambda^{ij}$) .

۲ ـ ۲ ـ نیروهای عرض میله $A^i A^j$ (مولفه های f_2^{ij} و f_3^{ij}) دارای فرمولهای زیر میباشد :

$$\overrightarrow{f_2^{ij}} = -\overrightarrow{r_2^{ij}} = \frac{m_2^{ij} + m_2^{ji}}{l^{ij}}\overrightarrow{U_2^{ij}} \qquad (۱۰)$$

$$\overrightarrow{f_3^{ij}} = -\overrightarrow{r_3^{ij}} = \frac{m_3^{ij} + m_3^{ji}}{l^{ij}}\overrightarrow{U_3^{ij}} \qquad (۱۱)$$

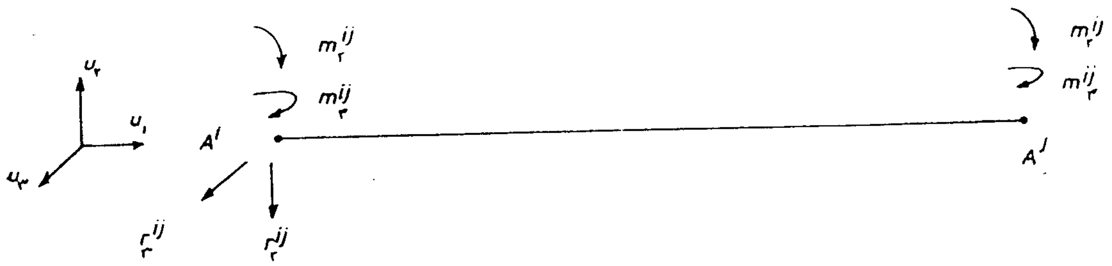
در فرمولهای فوق نامگذاریهای زیر بکار رفته اند :

— $\vec{f}^{ij}_{2}$ و $\vec{f}^{ij}_{3}$ نیروهای وارد از طرف میله بگره A^i درجهات $\vec{U_2}$ و $\vec{U_3}$

— $\vec{r}^{ij}_{2}$ و $\vec{r}^{ij}_{3}$ مؤلفه های عکس‌العمل گره A^j درجهات $\vec{U_2}$ و $\vec{U_3}$

— m^{ij}_{2} و m^{ij}_{3} مقادیرلنگرهای خمشی وارد از طرف میله بگره A^i درجهات $\vec{U_2}$ و $\vec{U_3}$

— m^{ji}_{2} و m^{ji}_{3} مقادیرلنگرهای خمشی وارد از طرف میله بگره A^j درجهات $\vec{U_2}$ و $\vec{U_3}$

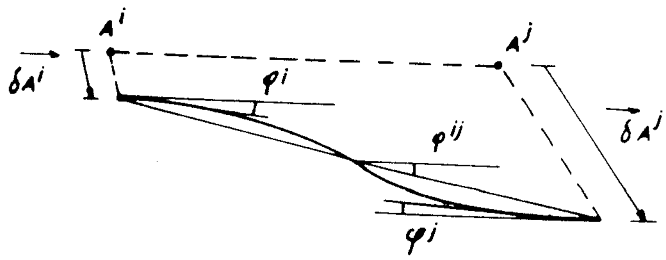


(شکل ۲)

مقادیر لنگرهای خمشی‌از فرمولهای کلاسیک زیر بدست میآید :

$$\begin{Bmatrix} m^{ij}_{2} \\ m^{ji}_{2} \end{Bmatrix} = -2\theta^{ij}_{2} \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi^{i}_{2} \\ \varphi^{j}_{2} \\ \varphi^{ij}_{2} \end{Bmatrix} \qquad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} m^{ij}_{3} \\ m^{ji}_{3} \end{Bmatrix} = -2\theta^{ij}_{3} \begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 1 & 2 & -3 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi^{i}_{3} \\ \varphi^{j}_{3} \\ \varphi^{ij}_{3} \end{Bmatrix} \qquad (13)$$



(شکل ۳)

φ^{i}_{r} و φ^{j}_{r} زاویه‌های گردش گرههای A^i یا A^j و φ^{ij}_{r} زاویه چرخش سجموع $\overrightarrow{A^iA^j}$ را درجهت محور $\vec{U}^{ij}_{r}$ سطابق شکل۳ نشان میدهند درضمن میتوان نوشت:

$$\varphi_2^{ij} = \frac{\overrightarrow{U_3^{ij}} \cdot (\overrightarrow{\delta A^j} - \overrightarrow{\delta A^i})}{l^{ij}} \tag{۱۴}$$

$$\varphi_3^{ij} = \frac{\overrightarrow{U_2^{ij}} \cdot (\overrightarrow{\delta A^j} - \overrightarrow{\delta A^i})}{l^{ij}} \tag{۱۵}$$

اثبات روابط ۱۲ و ۱۳ بکمک جداول موجود در کتابهای فنی بسادگی امکان پذیراست؛ بکمک روابط ۱۴ و ۱۵ میتوان نوشت :

$$\left\{ \begin{aligned} m_2^{ij} &= -\theta_2^{ij} \left[4\varphi_2^i + 2\varphi_2^j + 6\frac{\overrightarrow{U_3^{ij}} \cdot (\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})}{l^{ij}} \right] \\ m_2^{ji} &= -\theta_2^{ij} \left[2\varphi_2^i + 4\varphi_2^j + 6\frac{\overrightarrow{U_3^{ij}} \cdot (\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})}{l^{ij}} \right] \end{aligned} \right. \tag{۱۶}$$

$$\left\{ \begin{aligned} m_3^{ij} &= -\theta_3^{ij} \left[4\varphi_3^i + 2\varphi_3^j + 6\frac{\overrightarrow{U_2^{ij}} \cdot (\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})}{l^{ij}} \right] \\ m_3^{ji} &= -\theta_3^{ij} \left[2\varphi_3^i + 4\varphi_3^j + 6\frac{\overrightarrow{U_2^{ij}} \cdot (\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})}{l^{ij}} \right] \end{aligned} \right. \tag{۱۷}$$

در فرمولهای (۱۶) و (۱۷) توجه بروابط زیرشده است :

$$\left| \begin{aligned} \overrightarrow{U^{ij}} &= -\overrightarrow{U^{ji}} \\ l^{ij} &= l^{ji} \\ \theta^{ij} &= \theta^{ji} \end{aligned} \right.$$

بادرنظر گرفتن روابط (۱۶) و (۱۷)، روابط (۱۰) و (۱۱) بصورت زیر درمیآیند :

$$\overrightarrow{f_2^{ij}} = -\frac{\theta_2^{ij}}{l^{ij}} \left[6\varphi_2^i + 6\varphi_2^j \right] \overrightarrow{U_2^{ij}} - 12\theta_2^{ij} \frac{\overrightarrow{U_3^{ij}} \cdot (\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})\ \overrightarrow{U_2^{ij}}}{(l^{ij})^2} = \tag{۱۸}$$

$$-\frac{\theta_2^{ij}}{l^{ij}} \left[6\varphi_2^i + 6\varphi_2^j \right] \overrightarrow{U_2^{ij}} - 12\theta_2^{ij} \frac{\boxed{(D^{ij})_2^3}\ (\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})}{(l^{ij})^2}$$

$$\overrightarrow{f_3^{ij}} = -\frac{\theta_3^{ij}}{l^{ij}}\left[6\varphi_3^i + 6\varphi_3^j\right]\overrightarrow{U_3^{ij}} - 12\theta_3^{ij}\frac{\left|(D^{ij})_3^2\right|(\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})}{(l^{ij})^2} \qquad (۱۹)$$

۳ ـ محاسبه لنگرها ـ اگر m_1^{ij} ، m_2^{ij} و m_3^{ij} مؤلفه های لنگر وارد از طرف میله بگره A^i دردستگاه مختصات (U^{ij}) باشد لنگره پیچشی بفرمول زیر است :

$$\overrightarrow{m_1^{ij}} = \theta_1^{ij}(\varphi_1^i - \varphi_1^j)\overrightarrow{U_1^{ij}} \qquad (۲۰)$$

ولی میدانیم که $\vec{\varphi^i}\,.\,\overrightarrow{U_r^{ij}} = \varphi_r^i$ است؛ بنابرین رابطه (۲۰) را میتوان بصورت زیر نوشت :

$$\overrightarrow{m_1^{ij}} = \theta_1^{ij}\left|(D^{ij})_1^1\right|(\vec{\varphi^i} - \vec{\varphi^j}) \qquad (۲۱)$$

لنگرهای خمشی نیزدارای مقادیر زیر میباشند :

$$\overrightarrow{m_2^{ij}} = -\theta_2^{ij}\left[4\varphi_2^i + 2\varphi_2^j + 6\frac{\overrightarrow{U_3^{ij}}\,.\,(\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})}{l^{ij}}\right]\overrightarrow{U_2^{ij}} = \qquad (۲۲)$$

$$-\theta_2^{ij}\left|(D^{ij})_2^2\right|(4\vec{\varphi^i} + 2\vec{\varphi^j}) - 6\theta_2^{ij}\frac{\left|(D^{ij})_2^3\right|(\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})}{l^{ij}}$$

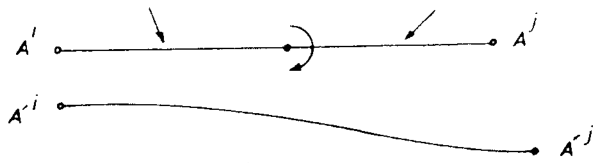
$$\overrightarrow{m_3^{ij}} = -\theta_3^{ij}\left|(D^{ij})_3^3\right|(4\vec{\varphi^i} + 2\vec{\varphi^j}) - 6\theta_3^{ij}\frac{\left|(D^{ij})_3^2\right|(\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j})}{l^{ij}} \qquad (۲۳)$$

٤ ـ روابط تعادل

٤ ـ ۱ ـ دستگاه نیروی هم ارز نیروهای خارجی

میله‌ای از یک اسکلت را درنظر میگیریم؛ اگر باین میله نیروهای خارجی درنقاط مختلف وارد شود، میتوان بجای این نیروها یک دستگاه‌نیروی هم‌ارز قرار داد بطوریکه تقسیم‌بارها دراسکلت بهیچ وجه تغییرنکند؛ درحقیقت‌میتوان‌ثابت کرد که در صورتیکه‌دودستگاه نیرو تولیدیک تغییر شکل درمیله A^iA^j بکنندانراین دو دستگاه روی اسکلتی که شامل‌میله $\overrightarrow{A^iA^j}$ میشود یکی است؛ باید توجه‌داشت که‌این تغییر شکل بامقادیر $\vec{\varphi^i}$ ، $\vec{\varphi^j}$ ، $\overrightarrow{\delta A^i}$ و $\overrightarrow{\delta A^j}$ تعیین میشود. برای سهولت امر بین دستگاههای هم ارز دستگاهی‌راانتخاب‌میکنیم که درنقاط A^i و A^j ،دو انتهای میله A^iA^j، وارد شود. برای این منظور میتوان‌ازعکس‌العمل های تیری شبیه A^iA^j روی‌تکیه گاههای گیردار که تحت اثرهمان نیروهای خارجی قرارگیرد استفاده نموده . اگرمیله A^iA^j راروی دوتکیه گاه‌ساده‌درنظرگرفته که تحت‌اثر نیروهای‌خارجی قرارگیرد‌تیرمزبوردارای‌تغییرشکلهائی

درنقاط A^i و A^j خواهد بود؛ اگر عکس‌العمل های تیرگیردار رابه دوانتهای تیر اضافه کنیم تغییر شکلهای نقاط A^i و A^j صفرمیگردد واگر دوباره معکوس عکس‌العمل های تیرگیردار را بدوانتهای تیر اضافه کنیم



(شکل ٤)

لازم است که تغییر شکلهای نقاط A^i و A^j مساوی تغییرشکلهای سابق گردد ؛ چون دوسیستم نیروی متقابل بدستگاه اضافه شده طبق اصول مقاومت مصالح نبایستی در تغییر شکلهای سیستم تغییری ایجاد شود ؛ چنانکه دیده شد معکوس عکس‌العمل های تیرگیردار یک سیستم نیروی هم‌ارز نیروهای خارجی، که تولید همان متغیرهای وضعی را خواهد نمود ، میباشد .

بدین ترتیب درتمام میله های شبیه A^iA^j، دستگاههای هم‌ارزی که بدوانتهای میله واردمیشوند، جایگزین نیروهای خارجی وار بمیله میکنیم . پس ازاین عمل، چنانکه گفته شد، مکانیسم تقسیم نیروها در اسکلت تغییری نمیکند ؛ بدین ترتیب اسکلت جدید تحت اثر نیروهائی که فقط بگره‌ها وارد میشوند قرار میگیرد .

٤ ـ ۲ ـ تعیین روابط ـ فرض میکنیم که ($\overrightarrow{\mathcal{F}^{ij}}$ و $\overrightarrow{\mathcal{M}^{ij}}$) دستگاه‌نیروهای هم ارزی‌باشد که تغییرشکل میله A^iA^j ناشی ازاین دستگاه نیرومساوی تغییر شکل میله ($\overrightarrow{\varphi^i}$ و $\overrightarrow{\delta A^i}$) زیراثر نیروهای خارجی باشد . دستگاه نیروی ($\overrightarrow{F^i}$ و $\overrightarrow{M^i}$) ، که ازجمع کردن این نیروهابرای میله های دورگره A^i بدست میآید، بگره A^i وارد میشود .

اگر نیروهای $\overrightarrow{f^{ij}}$ را، که در معادلات(۹) و (۱۸)و (۹ ؛) بدست آمدند، برای تمام‌میله های‌اطراف گره A^i جمع کنیم (بهمین ترتیب برای لنگرهای $\overrightarrow{m^{ij}}$) معادلات تعادل بصورت زیر نوشته میشوند:

$$\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{F^i}+\Sigma_j\overrightarrow{f^{ij}}=0\\ \overrightarrow{M^i}+\Sigma_j\overrightarrow{m^{ij}}=0\end{array}\right. \qquad (۲٤)$$

ویا :

$$\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{F^i}=\Sigma_j\overrightarrow{\mathcal{F}^{ij}}=-\Sigma_j\left(\overrightarrow{f^{ij}_{۱}}+\overrightarrow{f^{ij}_{۲}}+\overrightarrow{f^{ij}_{۳}}\right)\\ \overrightarrow{M^i}=\Sigma_j\overrightarrow{\mathcal{M}^{ij}}=-\Sigma_j\left(\overrightarrow{m^{ij}_{۱}}+\overrightarrow{m^{ij}_{۲}}+\overrightarrow{m^{ij}_{۳}}\right)\end{array}\right. \qquad (۲۵)$$

در نتیجه روابطی که $\overrightarrow{\mathcal{F}^{ij}}$ و $\overrightarrow{\mathcal{M}^{ij}}$ را بتنهائی میدهند بصورت زیر نوشته میشوند:

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\overrightarrow{\mathcal{F}}^{ij} - \lambda^{ij} z^{ij} \overrightarrow{U}_1^{ij} = \left[z^{ij} \boxed{(D^{ij})_1^1} + 12\,\frac{\theta_2^{ij} (D^{ij})_2^2}{(l^{ij})^2} + 12\,\frac{\theta_3^{ij} \boxed{(D^{ij})_3^3}}{(l^{ij})^3} \right] (\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j}) + \\
&\qquad + 6\,\frac{\theta_2^{ij}}{(l^{ij})} \boxed{(D^{ij})_2^2} (\overrightarrow{\varphi^i} + \overrightarrow{\varphi^j}) + 6\,\frac{\theta_3^{ij}}{(l^{ij})} \boxed{(D^{ij})_3^3} (\overrightarrow{\varphi^i} + \overrightarrow{\varphi^j}) \\
&\overrightarrow{\mathcal{M}}^{ij} = 6\,\frac{\theta_2^{ij} \boxed{(D^{ij})_3^3} + \theta_3^{ij} \boxed{(D^{ij})_3^2}}{(l^{ij})} (\overrightarrow{\delta A^i} - \overrightarrow{\delta A^j}) + \left[\theta_1^{ij} \boxed{(D^{ij})_1^1} + 4\theta_2^{ij} \boxed{(D^{ij})_2^2} + 4\theta_3^{ij} \boxed{(D^{ij})_3^3} \right] \overrightarrow{\varphi^i} + \\
&\qquad + \left[-\theta_1^{ij} \boxed{(D^{ij})_1^1} + 2\theta_2^{ij} \boxed{(D^{ij})_2^2} + 2\theta_3^{ij} \boxed{(D^{ij})_3^3} \right] \overrightarrow{\varphi^j}
\end{aligned}
\right. \qquad (۲۶)
$$

با نوشتن روابط شبیه برای نیروهای وارد بگره A^j معادله ماتریسی زیر بدست میآید .

$$
\left\{
\begin{matrix}
\overrightarrow{\mathcal{F}}^{ij} - \lambda^{ij} z^{ij} \overrightarrow{U}_1^{ij} \\
\overrightarrow{\mathcal{M}}^{ij} \\
\overrightarrow{\mathcal{F}}^{ji} - \lambda^{ji} z^{ji} \overrightarrow{U}_1^{ji} \\
\overrightarrow{\mathcal{M}}^{ji}
\end{matrix}
\right\}
= \boxed{A}
\left\{
\begin{matrix}
\overrightarrow{\delta A^i} \\
\overrightarrow{\varphi^i} \\
\overrightarrow{\delta A^j} \\
\overrightarrow{\varphi^j}
\end{matrix}
\right\} \qquad (۲۷)
$$

ماتریس $\boxed{A}$ یک ماتریس مربع و قرینه بشکل زیر است:

$z^{ij}\boxed{(D^{ij})_1^1}+4\,\theta_2^{ij}\frac{\boxed{(D^{ij})_2^2}}{(l^{ij})^2}+12\,\theta_2^{ij}\frac{\boxed{(D^{ij})_3^3}}{(l^{ij})^3}$	$6\frac{\theta_2^{ij}\boxed{(D^{ij})_2^3}+\theta_3^{ij}\boxed{(D^{ij})_3^2}}{(l^{ij})}$	$-z^{ij}\boxed{(D^{ij})_1^1}-\theta_2^{ij}\frac{\boxed{(D^{ij})_2^2}}{(l^{ij})^2}-12\,\theta_3^{ij}\frac{\boxed{(D^{ij})_3^3}}{(l^{ij})^3}$	$6\frac{\theta_2^{ij}\boxed{(D^{ij})_2^3}+\theta_3^{ij}\boxed{(D^{ij})_3^3}}{(l^{ij})}$
$6\frac{\theta_2^{ij}\boxed{(D^{ij})_2^3}+\theta_3^{ij}\boxed{(D^{ij})_3^2}}{(l^{ij})}$	$\theta_1^{ij}\boxed{(D^{ij})_1^1}+4\,\theta_2^{ij}\boxed{(D^{ij})_2^2}+4\,\theta_3^{ij}\boxed{(D^{ij})_3^3}$	$-6\frac{\theta_2^{ij}\boxed{(D^{ij})_2^3}+\theta_3^{ij}\boxed{(D^{ij})_3^2}}{(l^{ij})}$	$-\theta_1^{ij}\boxed{(D^{ij})_1^1}+2\,\theta_2^{ij}\boxed{(D^{ij})_2^2}+2\,\theta_3^{ij}\boxed{(D^{ij})_3^3}$
$-z^{ji}\boxed{(D^{ji})_1^1}-12\,\theta_2^{ji}\frac{\boxed{(D^{ji})_2^2}}{(l^{ji})^3}-12\,\theta^{ji}\frac{\boxed{(D^{ji})}}{(l^{ji})}$	$-6\frac{\theta_2^{ji}\boxed{(D^{ji})_2^3}+\theta_3^{ji}\boxed{(D^{ji})_3^2}}{(l^{ji})}$	$z^{ji}\boxed{(D^{ji})_1^1}+12\,\theta_2^{ji}\frac{\boxed{(D^{ji})_2^2}}{(l^{ji})^3}+12\frac{\theta_3^{ji}(D^{ji})_3^3}{(l^{ji})^3}$	$-6\frac{\theta_2^{ji}\boxed{(D^{ji})_2^3}+\theta_3^{ji}\boxed{(D^{ji})_3^2}}{(l^{ji})}$
$6\frac{\theta_2^{ji}\boxed{(D^{ji})_2^2}+\theta_3^{ji}\boxed{(D^{ji})_3^3}}{(l^{ji})}$	$-\theta_1^{ji}\boxed{(D^{ji})_1^1}+2\,\theta_2^{ji}\boxed{(D^{ji})_2^2}+2\,\theta_3^{ji}\boxed{(D^{ji})_3^3}$	$-6\frac{\theta_2^{ji}\boxed{(D^{ji})_2^3}+\theta_3^{ji}\boxed{(D^{ji})_3^2}}{(l^{ji})}$	$\theta_1^{ji}\boxed{(D^{ji})_1^1}+4\,\theta_2^{ji}\boxed{(D^{ji})_2^2}+4\,\theta_3^{ji}\boxed{(D^{ji})_3^3}$

با توجه باینکه $(D^{ij})=(D^{ji})$ ، $\overrightarrow{U^{ij}} = -\overrightarrow{U^{ji}}$ ، $z^{ij}=z^{ji}$ ، $\theta^{ij}=\theta^{ji}$ و $l^{ji}=l^{ij}$ تقارن ماتریس بخوبی مشخص میشود .

در مطالعات فوق دستگاه محورهای اصلی عمود برهم اختیار شدند ؛ درحالتی که محورهای این دستگاه نسبت بهم متمایل باشند محاسبات براحتی انجام میگردد و ماتریس $\boxed{A}$ دارای همان شکل داده شده درفوق خواهد بود با این تفاوت که دیگر متقارن نیست زیرا :

$$\boxed{(D^{ij})} \neq \boxed{(D^{ji})}$$

بنابراین ماتریس $\boxed{A}$ تابعی است از دستگاه محورهای اصلی و انتخاب مؤلفه های همگرد یا نا همگرد (contravariant یا covariant) بردارها .

باید توجه داشت که هنگامیکه دستگاه محورهای اصلی مختصات را تغییر دهیم ماتریس $\boxed{A}$ ، اگر ماتریس $\boxed{a}$ ماتریس تغییر محورهای مختصات باشد ، بصورت زیر درمیآید :

$$\boxed{\mathcal{A}} = \begin{bmatrix} \boxed{a^{-1}} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{a^{-1}} & \boxed{0} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{a^{-1}} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{a^{-1}} \end{bmatrix} \qquad \boxed{A} \begin{bmatrix} \boxed{a} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{a} & \boxed{0} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{a} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{a} \end{bmatrix}$$

۴ ـ ۳ انرژی دستگاه

انرژی دستگاه چنانکه میدانیم مساویست با

$$W = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\delta A^i} \\ \overrightarrow{\varphi^i} \\ \overrightarrow{\delta A^j} \\ \overrightarrow{\varphi^j} \end{Bmatrix}^t \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\mathcal{F}^{ij}} - \lambda^{ij} z^{ij} \overrightarrow{U_1^{ij}} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}^{ij}} \\ \overrightarrow{\mathcal{F}^{ji}} - \lambda^{ji} z^{ji} \overrightarrow{U_1^{ji}} \\ \overrightarrow{\mathcal{M}^{ji}} \end{Bmatrix}$$

منظور از علامت t بالای ماتریس ستون اولی وارونه (Transposé) آن ماتریس میباشد. اگر مقدار ماتریس ستون دوم از رابطه (۲۷) دررابطه فوق جایگزین شود خواهیم داشت.

$$W = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\delta A^i} \\ \overrightarrow{\varphi^i} \\ \overrightarrow{\delta A^j} \\ \overrightarrow{\varphi^j} \end{Bmatrix}^t \boxed{A} \begin{Bmatrix} \overrightarrow{\delta A^i} \\ \overrightarrow{\varphi^i} \\ \overrightarrow{\delta A^j} \\ \overrightarrow{\varphi^j} \end{Bmatrix} \tag{۲۸}$$

درصورت نمایش ماتریس $\boxed{A}$ بصورت زیر:

$$\boxed{A} = \begin{vmatrix} a_1^1 & a_1^2 & a_1^3 & a_1^4 \\ a_2^1 & a_2^2 & a_2^3 & a_2^4 \\ a_3^1 & a_3^2 & a_3^3 & a_3^4 \\ a_4^1 & a_4^2 & a_4^3 & a_4^4 \end{vmatrix}$$

رابطه درجه‌دو (quadratique) انرژی بصورت زیر نوشته میشود :

$$(29)\quad 2W = a_1^1 (\overrightarrow{\delta A^i})^2 + a_2^2 (\vec{\varphi^i})^2 + a_3^3 (\overrightarrow{\delta A^j})^2 + a_4^4 (\vec{\varphi^j})^2 + \overrightarrow{\delta A^i} \cdot \vec{\varphi^i} (a_2^1 + a_1^2) +$$
$$+ \overrightarrow{\delta A^i} \cdot \overrightarrow{\delta A^j} (a_3^1 + a_1^3) + \overrightarrow{\delta A^i} \cdot \vec{\varphi^j} (a_4^1 + a_1^4) + \vec{\varphi^i} \cdot \overrightarrow{\delta A^j} (a_3^2 + a_2^3) +$$
$$+ \vec{\varphi^i} \cdot \vec{\varphi^j} (a_4^2 + a_2^4) + \overrightarrow{\delta A^j} \cdot \vec{\varphi^j} (a_4^3 + a_3^4)$$

در صورتیکه محورهای اصلی عمودبرهم انتخاب‌شده‌باشند ماتریس $|A|$ متقارن بوده رابطه (۲۹) بصورت زیر در میآید :

$$(30)\quad W = \frac{1}{2} a_1^1 (\overrightarrow{\delta A^i})^2 + \frac{1}{2} a_2^2 (\vec{\varphi^i})^2 + \frac{1}{2} a_3^3 (\overrightarrow{\delta A^j})^2 + \frac{1}{2} a_4^4 (\vec{\varphi^j})^2 +$$
$$a_2^1 \overrightarrow{\delta A^i} \cdot \vec{\varphi^i} + a_3^1 \overrightarrow{\delta A^i} \cdot \overrightarrow{\delta A^j} + a_4^1 \overrightarrow{\delta A^i} \cdot \vec{\varphi^j} + a_3^2 \vec{\varphi^i} \cdot \overrightarrow{\delta A^j} + a_4^2 \vec{\varphi^i} \cdot \vec{\varphi^j} + a_4^3 \overrightarrow{\delta A^j} \cdot \vec{\varphi^j}$$

٤ ـ ٤ ـ حالت مخصوص محورهای مختصات اصلی موازی محورهای چسبیده بمیله

درحالتی‌که محورهای اصلی‌مختصات بموازات یا منطبق با محورهای چسبیده بمیله انتخاب شوند روابط زیر موجود است :

$$|(D)_1^1| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \qquad |(D)_2^2| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$|(D)_3^3| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad |D_3^2| = |(D)_2^3| = |0|$$

٤ ـ ٥ ـ حالت مخصوص نیروهای سطحی

در حالتیکه نیروها دریکی از سطوح تقارن میله قرار داشته باشند میتوان نوشت :

$$\overrightarrow{m_1} = \overrightarrow{m_3} = \vec{f_3} = \vec{\varphi_1} = \vec{\varphi_3} = 0$$

در اینحالت کافیست فقط دو محور مختصات در نظر گرفته شود ضمناً ماتریس $|A|$ بصورت تابلوی زیر در میآید.

در تابلوی صفحه بعد $|(D^{ij})| = |(D^{ji})|$ و $\overrightarrow{U^{ij}} = -\overrightarrow{U^{ji}}$ میباشد و منظوراز $\left\{\overrightarrow{U^{ij}}\right\}^t$ وارونه ماتریس ستون مؤلفه‌های بردار $\overrightarrow{U^{ij}}$ است (ماتریس خط مؤلفه‌های بردار $\overrightarrow{U^{ij}}$)

$Z^{ij}\boxed{(D^{ij})_1^1}+12\theta^{ij}\frac{\boxed{(D^{ij})_2^2}}{(l^{ij})^2}$	$6\frac{\theta_2^{ij}}{(l^{ij})}\left\{\overrightarrow{U_2^{ij}}\right\}$	$-Z\boxed{(D^{ij})_1^1}-12\frac{\theta_2^{ij}\boxed{(D^{ij})_2^2}}{(l^{ij})^2}$	$6\frac{\theta_2^{ij}}{l^{ij}}\left\{\overrightarrow{U_2^{ij}}\right\}$
$6\frac{\theta_2^{ij}}{l^{ij}}\left\{\overrightarrow{U_2^{ij}}\right\}^T$	$2\theta_2^{ij}$	$-6\frac{\theta_2^{ij}}{l^{ij}}\left\{\overrightarrow{U_2^{ij}}\right\}^T$	$4\theta_2$
$-Z^{ji}\boxed{(D^{ji})_1^1}-12\frac{\theta_2^{ji}\boxed{(D^{ji})_2^2}}{(l^{ji})^2}$	$-6\frac{\theta_2^{ji}}{l^{ji}}\left\{\overrightarrow{U_2^{ji}}\right\}$	$Z^{ji}\boxed{(D^{ji})_1^1}+12\frac{\theta_2^{ji}\boxed{(D^{ji})_2^2}}{(l^{ji})^2}$	$-6\frac{\theta_2^{ji}}{l^{ji}}\left\{\overrightarrow{U_2^{ji}}\right\}$
$6\frac{\theta_2^{ji}\left\{\overrightarrow{U_2^{ji}}\right\}^T}{l^{ji}}$	$2\theta_2^{ji}$	$-6\frac{\theta_2^{ji}\left\{\overrightarrow{U_2^{ji}}\right\}^T}{l^{ji}}$	$4\theta_2^{ji}$

در حالتیکه میله بموازات $\overrightarrow{ox}$ باشد داریم :

$$\boxed{(D^{ij})_1^1}=\begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix}\qquad \boxed{(D^{ij})_2^2}=\begin{vmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{vmatrix}$$

و ماتریس $\boxed{A}$ بصورت زیر درمیآید ،

$$\boxed{A}=\begin{vmatrix} z & 0 & 0 & -z & 0 & 0\\ 0 & 12\frac{\theta}{l^2} & \frac{6\theta}{l} & 0 & -12\frac{\theta}{l^2} & \frac{6\theta}{l}\\ 0 & \frac{6\theta}{l} & 4\theta & 0 & -6\frac{\theta}{l} & 2\theta\\ -z & 0 & 0 & z & 0 & 0\\ 0 & -\frac{12\theta}{l^2} & -6\frac{\theta}{l} & 0 & \frac{12\theta}{l^2} & -\frac{6\theta}{l}\\ 0 & \frac{6\theta}{l} & 2\theta & 0 & -6\frac{\theta}{l} & 4\theta \end{vmatrix}$$

بدین ترتیب رابطه ماتریسی بین متغیرهای وضعی و متغیرهای تنشی یک میله ، بنام رابطه مشخصه میله ، بدست آمد ؛ این رابطه مورد استفاده زیاد در محاسبه اسکلتها توسط حساب آنالوژیک الکتریکی ویا حساب توسط ماشینهای الکترونیکی قرار میگیرد ؛ در شماره‌های آینده سعی خواهیم کرد که موارد استفاده عملی از ماتریس‌ها را در مقاومت مصالح مورد مطالعه قرار دهیم .

تذکر وتقاضا

نوشته‌ی : مهندس کاظم حسیبی
استاد دانشکده فنی

درمقاله‌های مفیدی که علاقه‌مندان به‌نشریه‌ی دانشکده‌ی‌فنی ارسال‌میدارند ، صرفنظر ازنکته‌های دیگر دو چیز بیش از همه بچشم میخورد :

اول اینکه پاره‌ای عبارت‌ها بعلت آنکه نوشتن وخواندن آنها همانند نیست وبخصوص کسره‌ها که نقش سهمی در سیاق ومعنی‌ی عبارت‌های فارسی بازی‌میکنند نوشته نمیشوند ، فهم بحث‌ها وتوضیح مطلبهای جدید وبغرنج اکثر مشگل میگردد ووقت خواننده‌ی علاقه‌مند را به بیهوده تلف میکند .

در ثانی آنکه باوجود ساده‌گی‌ی‌جمع‌فارسی ، درهرصفحه از نوشته‌ها ده‌ها جمع‌عربی بچشم‌میخورد که‌ساده‌گی‌ی دستور زبان فارسی را بکلی ازبین میبرد وبعلت پیداشدن عادت دربکاربردن این جمع‌ها اکثر نویسنده‌گان در استفاده‌ی از آنها راه افراط را پیموده وبیش‌از پیش موجب درهمی وبی‌قانونی‌ی زبان فارسی را فراهم میآورند .

البته باعادت وشناسائی‌ای‌که ما خود از زبان متداول فعلی داریم ، نه تنها دراین زمینه دچار اشکالی نمیشویم ، بلکه درنظرمان چنین‌جلوه میکند که آهنگ جمله دلپذیرتر هم‌میشود وهمین‌امر موجب میگردد که بااین سهل‌انگاری راه پیشرفت وزنده‌ماندن زبان شیرین خودمان را ناهموارتر سازیم .

چون‌علاوه برتألیفهای فنی‌وتخصصی ، برهمه‌ی تحصیل‌کرده‌ها ونویسنده‌گان فرض‌است که‌زبان شیوای فارسی را ازنظر جلب‌توجه وعلاقه‌ی دیگران درآموختن آن‌مورد عنایت قراردهند توصیه میشود که نویسنده‌گان محترم رعایت دو نکته‌ی بالا را بفرمایند تاشاید ازاین راه خدمتی بروشنی وسهل‌آموزی زبان ، که وسیله‌ی انتقال مفهوم‌ها است شده باشد .