# ژئودزی ماهواره

نوشتهٔ :

مهندس ایرج شمس‌ملک‌آرا

استاد دانشکدهٔ فنی

**مقدمه ـ** قسمتی ازمقاله‌ای که اکنون بنظرخوانندگان‌محترم میرسد خلاصه‌ای ازتحقیقات ومطالعاتی است که دردانشگاه‌دولتی‌اوهایو (Ohio, State, University) زیرنظرپرفسورهایسکانن (Prof, Heiskanen) صورت گرفته وتوسط دکتر مولر (Dr I Mueller) درچندین جلد کتاب تنظیم گردیده است .

قسمت دیگر از مقاله خلاصه‌ای ازروش‌های‌جدیدی‌است که درراه اجرای ژئودزی ماهواره توسط سازمان ژئودزی‌ونقشه برداری ایالات متحده امریکا (Coast and Geodetic. Survey) انجام گردیده‌است و دربازدیدی که نویسندهٔ مقاله درسال گذشته طبق برنامه مبادله فرهنگی (Fulbright) از دومؤسسه علمی فوق‌الذکر بعمل آوردم توفیق ملاقات و استفاده ازمحضر دانشمندان معروفی چون پرفسور هایسکانن - دکتر مولر و دکتر تیلورکه برنامه‌های جهانی مربوط به ژئودزی ماهواره تحت نظر ایشان انجام میشود و آشنائی با روش‌های نوین ژئودزی ماهواره دست داد .

امیداست باتوجه وپیشرفت سریع این‌دانش‌جدید دانشگاه تهران‌هم‌که‌دارای یک دستگاه ردگیری ماهواره‌است خود را برای‌الحاق به سازمان‌جهانی‌ژئودزی‌ماهواره آماده نموده وازاین‌لحاظ درعداد کشورهای پیشرفته جهان درآید .

**قسمت ۱ ـ مقایسه ژئودزی معمولی و ژئودزی ماهواره :**

با روش‌های متداول ژئودزی معمولی‌میتوانستیم موقعیت نسبی نقاط زمین‌را تا فواصل ۳۰ الی ۴۰ کیلومتربوسیله‌مثلث‌بندی‌زاویه‌ای (Triangulation) یامثلث‌بندی‌ضلعی (Trilateration) تعیین کنیم‌ولی برای فواصل زیادتر بدلیل کرویت زمین ونارسائی دستگاه‌های نشانه روی انجام مثلث بندی یا اندازه گیری

فواصل مواجه با اشکال میشد و مخصوصاً در مواردیکه بین نقاط‌زمین دریا یا اقیانوس قرار داشت‌حتی استقرار شبکه یا زنجیر مثلث‌بندی هم غیرممکن میگردید .

درژئودزی ماهواره‌چون‌فواصل بین نقاط‌زمین وماهواره‌رااندازه گیری یاحساب‌میکنندوبجای نشانه روی هم از مسیر ماهواره عکس گرفته میشود لذا کرویت زمین و نارسائی دستگاه‌های نشانه روی دیگر مانعی در راه مقصود نخواهند بود و در تمام نقاط زمین که ماهواره از فراز آن عبور میکند میتوان با انجام مثلث بندی فضائی موقعیت نسبی نقاط زمین را با دقت کافی تعیین نمود ( تقریب ۳ متر در ۱۰۰۰ کیلومتر ) .

این نوع مثلث‌بندی‌فضائی را (Trispheration) مینامند که‌باختصار درآخر این مقاله شرح‌آن‌داده شده است .

برای استفاده ازماهواره باید معادله دقیق مدارگردش آنرا در دور زمین و همچنین مختصات فضائی صفحه مدارماهواره را نسبت به‌سطح استوای زمین ویک امتداد مشخص وثابت‌حساب نمود که ذیلاً به‌شرح محاسبات آن میپردازیم بعلاوه خلاصه‌ای از نحوه عکس‌برداری‌مسیر ماهواره‌نیزشرح داده شده است .

**قسمت ۲ ـ طرز محاسبه مدار ماهواره ومشخصات ومختصات صفحه مداری ونقاط مدار :**

میدانیم که اگر زمین را ازلحاظ توزیع وگسترش جرم بصورت قشرهای یکنواخت وکروی فرض کنیم مدارماهواره تابع‌قوانین‌معروف‌نیوتون‌وکپلر خواهد شد که ذیلاً بطور خلاصه بشرح‌آن میپردازیم .

**الف**ـبین زمین و ماهواره‌باجرمهای M و m که‌فاصله‌مرکز آنهاازیکدیگر r فرض‌شده نیروی‌جاذبه :

$$T = -K\frac{M \cdot m}{r^{۲}}$$

وجود دارد که درآن (K) عدد ثابت جاذبه عمومی (Gravitation Constant) برابر $۶٫۶۷۳ \times ۱۰^{-۸}$ (Cm$^{۳}$g$^{-۱}$sec$^{-۲}$) میباشد وبعلاوه اگر پتانسیل جاذبه را V فرض کنیم خواهیم داشت :

$$T = -\frac{\partial V}{\partial r}$$

**ب** ـ مسیر ماهواره‌بافرضیه‌ای که‌برای‌توزیع کروی‌ویکنواخت‌جرم‌زمین شده‌یک‌بیضی‌است که مرکز زمین یکی‌از کانون‌های‌آن‌میباشد وسطحی را که‌یک شعاع کانونی در واحد زمان می‌پیمایدمقداری‌است‌ثابت:

$$A' = \frac{۱}{۲} r^{۲} \frac{d\theta}{dt} = \frac{۱}{۲} h \qquad (۱)$$

که درآن r طول شعاع کانونی و θ زاویه این شعاع در زمان t میباشد .

برای تعیین معادله مسیر ماهواره از رابطه $F = m\gamma_r$ استفاده میکنیم که درآن $\gamma_r$ شتاب شعاعی است و درمختصات قطبی بصورت :

$$\gamma_r = \frac{d^{۲}r}{dt^{۲}} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^{۲}$$

نوشته میشود .

ازطرف دیگر چون :

$$\frac{dr}{dt}=\frac{dr}{d\theta}\times\frac{d\theta}{dt}=\frac{h}{r^2}\cdot\frac{dr}{d\theta}=h\cdot\frac{d\frac{1}{r}}{d\theta} \quad \text{و} \quad r^2\frac{d\theta}{dt}=h$$

لذا خواهیم داشت :

$$\frac{d^2r}{dt^2}=h\cdot\frac{d^2\frac{1}{r}}{d\theta^2}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

وازآنجا

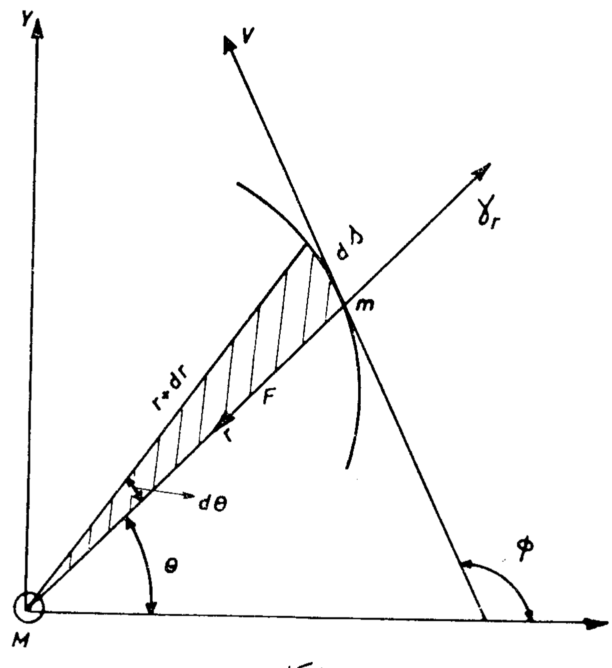
$$\gamma_r=-\frac{h^2}{r^2}\left[\frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{d\theta^2}+\frac{1}{r}\right] \quad \text{وچون} \quad F=-\frac{KmM}{r^2}$$

بنابراین :

$$m\gamma_r=-\frac{mh^2}{r^2}\left[\frac{d^2\left(\frac{1}{r}\right)}{d\theta^2}+\frac{1}{r}\right]=-\frac{KmM}{r^2} \qquad (2)$$

جواب معادله دیفرانسیل فوق بصورت :

$$\frac{1}{r}=\frac{1+e\cos(\theta-\theta_0)}{p} \qquad (3)$$



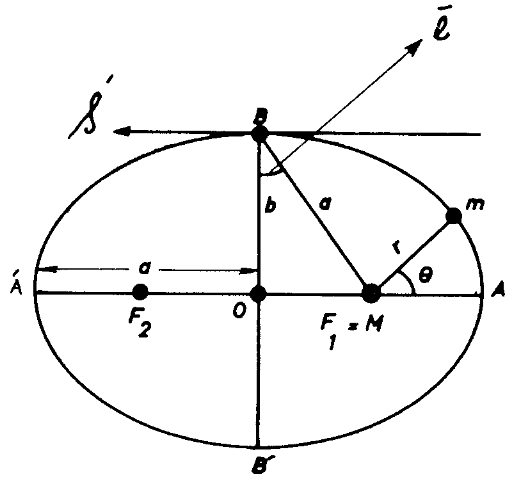

شکل ۱

میباشند که معادله قطبی یک بیضی است که مرکز زمین قطب آن میباشد ومقادیر $e$ و $\theta_0$ و $p$ ( ثابت‌های انتگرال) هستند که به ترتیب خروج ازمرکزیا (Eccentricity) بیضی و زاویه امتدادقطر بزرگ بیضی بامحور $x$ و پارامتر آن میباشد .

چنانچه $a$ و $b$ به ترتیب نیم قطر بزرگ ونیم قطر کوتاه بیضی باشد خواهیم داشت :

$$\left(\sin \bar{e} = \frac{ae}{a} = e\right) \qquad oM = ae \quad و \quad p = \frac{b^2}{a} = a(1-e^2) \quad و \quad e^2 = \frac{a^2-b^2}{a^2}$$

( e خروج از سرکز و $\bar{e}$ زاویه خروج ازمرکز است ) .




شکل ۲

درنتیجه حل معادلات ۲ و ۳ رابطه زیر بدست میآید :

$$\frac{mh^2}{p \cdot r^2} = K \frac{mM}{r^2}$$

و ازآنجا :

$$\frac{h^2}{p} = K \cdot M \qquad (4)$$

ج ـ علاوه برخواص ومشخصات الف و ب مذکورفوق یک خاصیت مهم حرکت ماهواره این است که $T^2$ مربع زمان یک گردش کامل آن برگرد زمین (Periode) با مکعب نیم قطر بزرگ بیضی مدار $(a^3)$ متناسب میباشد .

و برای اثبات آن می‌بینیم که چون سطح بیضی مدار $\pi ab$ است و ازطرف دیگر سطح طی شده :

$$A' = \frac{1}{2} r^2 \frac{d\theta}{dt} = \frac{h}{2}$$

در واحد زمان ثابت میباشد. لذا :

$$h = \frac{2\pi ab}{T} \qquad ویا \qquad T = \frac{\pi ab}{\left(\frac{h}{2}\right)}$$

ازطرف دیگر طبق رابطه (٤) :

$$p = \frac{b^2}{a} \qquad و \qquad \frac{h^2}{p} = K \cdot M$$

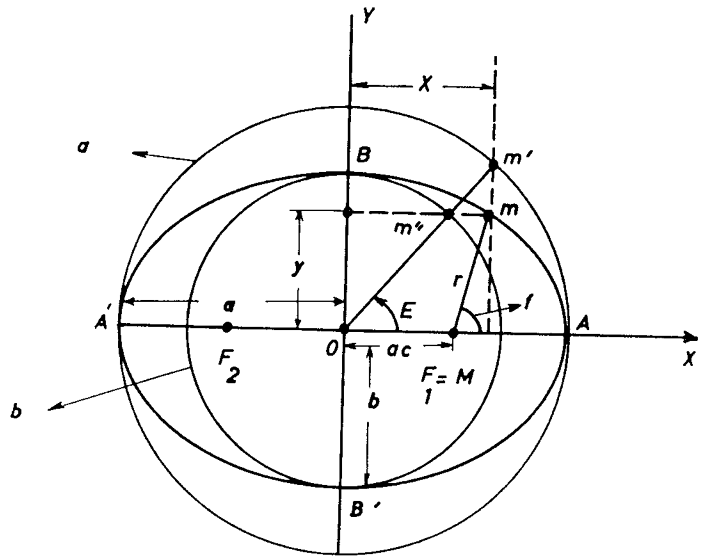
بنابراین :

$$\frac{۴\pi^{۲}a^{۳}b^{۲}}{T^{۲}\cdot b^{۲}}=K\cdot M$$

وبالنتیجه :

$$\frac{a^{۳}}{T^{۲}}=\frac{K\cdot M}{۴\pi^{۲}}=\text{ثابت} \qquad (۵)$$

**د ـ** برای آنکه معادله بیضی مدار بصورت ساده نوشته شود از زاویه (E) که **زاویه ناجوری خارج ازمرکز** (Eccentric Anomaly) نامیده‌میشود استفاده‌مینمایند ضمناً یادآوری‌میشود که زاویه (f) موسوم به زاویه ناجوری حقیقی است که تغییرات آن تابع قوانین کپلر میباشد.




شکل ۳

مطابق شکل می‌بینیم که مختصات یک نقطه M از بیضی مدار درصورتیکه نقطه M (مرکز زمین) مرکز مختصات فرض شود بصورت زیر نوشته خواهد شد :

$$\boxed{\overline{OM}=ae} \qquad x=r\cos f=a\cos E-\overline{OM}=a(\cos E-e)$$

و :

$$y=r\sin f=b\sin E$$

بنابراین :

$$r=\sqrt{x^{۲}+y^{۲}}=a\sqrt{(\cos E-e)^{۲}+(۱-e^{۲})\sin^{۲}E}$$

و ازآنجا :

$$r=a\sqrt{(۱-e\cos E)^{۲}}$$

وبالنتیجه :

$$r=a(۱-e\cos E) \qquad (۶)$$

و همچنین :

$$tg f = \frac{y}{x} = \frac{\sqrt{1-e^2}\, \sin E}{\cos E - e} \qquad (7)$$

معادلات(۶) و (۷) ساده ترین شکل مختصات قطبی r و f نقاط بیضی مدار میباشند درمحاسبات مربوط به بیضی مدار اغلب از زاویه فرضی $\overline{M}$ بنام زاویه ناجوری متوسط استفاده میکنند که مقدار آن برای نقطه A که نزدیکترین نقطه مدار بکانون است و آنرا Perigée مینامند صفر میباشد وبتدریج با سرعت زاویه‌ای یکنواخت تا ۳۶۰° که یک دور کامل ماهواره است افزایش خواهد یافت .

رابطه بین زاویه ناجوری متوسط $\overline{M}$ و زاویه ناجوری خارج ازمرکز E که توسط کپلر تعیین شده بصورت:

$$(\overline{M} = E - \overline{e} \sin E) \qquad (7)$$

میباشند که درآن $\overline{e}$ زاویه خروج از مرکز است :

$$\sin \overline{e} = \frac{ae}{a} = e$$

چون زاویه ناجوری متوسط M متناسب بازمان است لذا مقدار آن بسهولت تعیین میشود وبنابراین یک طریقه ساده برای تعیین زاویه ناجوری خارج از مرکز E استفاده از رابطه (۷) خواهد بود که راه حل آن بطریق تقریب تدریجی بشرح زیر میباشد .

ابتدا با استفاده از بسط لاگرانژ (Lagrange) و حذف جمله های بالاتر از $e^2$ مقدار تقریبی برای E بدست میآورند که بصورت زیر نوشته میشود :

$$E_1 = \overline{M} + e \sin \overline{M} + \frac{1}{2} e^2 \sin 2\overline{M} \quad \text{(رادیان)} \qquad (8)$$

سپس مقدار $E_1$ را در رابطه (۷) قرار میدهند وبالنتیجه برای $\overline{M}$ مقدار تقریبی جدیدی بدست میآید که آنرا $\overline{M_1}$ مینامند:

$$M_1 = E_1 - \overline{e} \sin E_1 \qquad (9)$$

و

$$(\triangle M_1 = \overline{M} - \overline{M_1})$$

ولی با استفاده از بسط تیلور (Taylor) و حذف جمله های بالاتر از درجه اول رابطه :

$$\overline{\triangle M} = \triangle E (1 - e \cos E) \qquad (10)$$

حاصل میشود . بنابراین :

$$\triangle E = \frac{\overline{\triangle M}}{1 - e \cos E}$$

و ازآنجا :

$$\triangle E_1 = \frac{\overline{\triangle M_1}}{1 - e \cos E_1}$$

بدیهی است مقدار $E_۲=E_۱+\Delta E_۱$ صحیح تر از $E_۱$ است واگر چندین بار این عمل را تکرار کنیم و مقادیر $\overline{\Delta M_۲}$ و $\overline{\Delta M_۳}$ و همچنین $\Delta E_۲$ و $\Delta E_۳$ .... و غیره را بتدریج حساب کنیم میتوانیم مقدار (E) را باهر دقتی که لازم باشد بدست آوریم .

علاوه برتعاریف مذکور فوق برای محاسبه موقعیت ماهواره از تعریف دیگری بنام حرکت ناجور متوسط (Mean Anomalistic Motion) استفاده میکنند که آنرا بحرف $\bar{n}$ مینامند بطوریکه :

$$\bar{n}=\frac{\overline{M}}{t-t_p} \qquad (۱۱)$$

که درآن t زمان مربوط به زاویه ناجوری متوسط $\overline{M}$ است و $t_p$ زمان مربوط به عبور ماهواره از نزدیکترین نقطه یا (Perigee) است که مقدار $\overline{M}$ برای آن نقطه صفر میباشد $\overline{M_p}=o$

ازطرف دیگر برای $M=۲\pi$ که مربوط به یک دور کامل ماهواره است $t-t_p=T$ خواهد شد که آنرا (Periode) نامیدیم . بنابراین

$$\bar{n}=\frac{۲\pi}{T} \qquad (۱۲)$$

بنابراین میتوان بجای $\bar{n}$ T رادر محاسبات بکار برد وبطورکلی بعلاوه اگر زمان دلخواه $t_\circ$ را مبدأ فرض کنیم وزاویه ناجوری متوسط دراین زمان $M_\circ$ باشد خواهیم داشت:

$$\bar{n}=\frac{M-M_\circ}{t-t_o}$$

ضمناً با استفاده از رابطه :

$$\frac{a^۳}{T^۲}=\frac{KM}{۴\pi^۲}$$

و رابطه (۱۲) فوق میتوان نوشت :

$$\frac{a^۳}{\left(\frac{۲\pi}{n}\right)^۲}=\frac{KM}{۴\pi^۲}$$

ویا :

$$a^۳ \cdot \bar{n}^۲=K \cdot M \qquad (۱۳)$$

که یک شکل جدید قانون سوم کپلر میباشد .

با استفاده از رابطه (۱۲) میتوان برای سرعت $s'$ ماهواره درنقاط مختلف مدار جملهٔ ساده‌ای بدست آورد که درمحاسبات بسیار مفید میباشد باین ترتیب که .

طبق رابطه (۱۳) :

$$\frac{۲\pi}{T}=\sqrt{\frac{K \cdot M}{a^۳}}$$

و ازآنجا :

$$T=\frac{۲\pi a^{\frac{۳}{۲}}}{\sqrt{KM}}$$

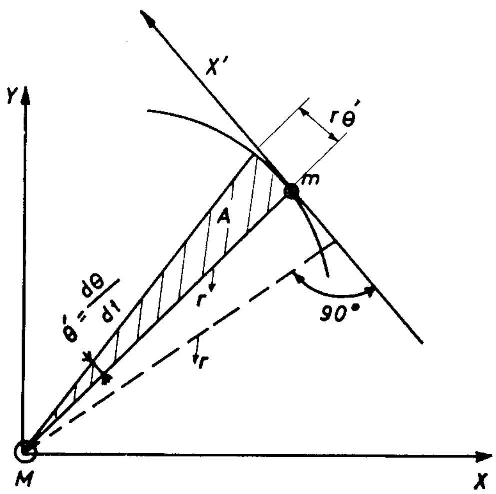
ویا

$$\left(A'=\frac{h}{۲}\right) \qquad T=\frac{\pi ab}{A'}=\frac{۲\pi a^{\frac{۳}{۲}}}{\sqrt{K\cdot M}}$$

بنابراین خواهیم داشت :

$$A'=\frac{۱}{۲}\,b\cdot\sqrt{K\cdot M\cdot\frac{۱}{a}} \qquad (۱٤)$$

درشکل ٤ r روی خط نقطه چین باید $\bar{r}$ خوانده شود




شکل ٤

ازطرف دیگر مطابق شکل میتوان سطح مثلث $A'$ را بصورت زیر مشخص نمود :

$$A'=\frac{۱}{۲}\,\bar{r}\cdot\frac{rd\theta}{dt}=\frac{۱}{۲}\,\bar{r}\cdot s'$$

که درآن $\bar{r}$ فاصله مرکز $M$ از مماس مدار در نقطه $m$ است و $s'$ سرعت ماهواره در روی مدار و در نقطه $m$ میباشند .

ولی چون $A'$ ثابت است وموقعی که ماهواره درنقطه $B$ ( قطرکوتاه ) بیضی قرار دارد :

$r=a$ و $\bar{r}=b$ (مراجعه شود به شکل ۲)

بنابراین رابطه (١٤) درحالت کلی باید بصورت زیر نوشته شود :

$$A'=\frac{۱}{۲}\,\bar{r}\sqrt{K\cdot M\left(\frac{۲}{r}-\frac{۱}{a}\right)}=\frac{۱}{۲}\,\bar{r}\cdot s'$$

وبالنتیجه :

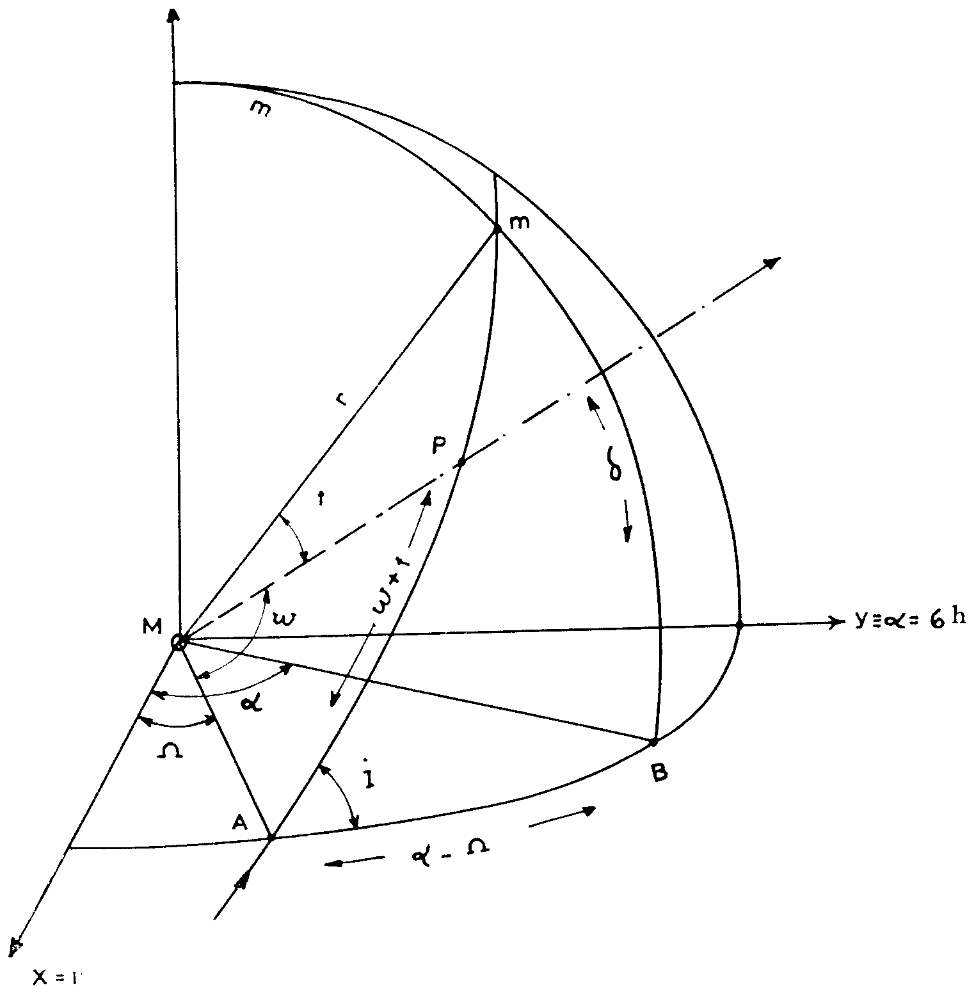
$$s'=\sqrt{K\cdot M\left(\frac{۲}{r}-\frac{۱}{a}\right)} \qquad (۱۵)$$

بطوریکه دیده میشود باتوجه بمراتب مشروح فوق چنانچه مقادیر a و e و ($M_p$ یا $t_p$) دردست باشد شکل بیضی مدار و زمان عبور ماهواره از نزدیکترین فاصله (Perigeé) معلوم خواهد شد وبنابراین برای هرزمان t که مورد نظر باشد

با استفاده از فرمولهای (۱) تا (۱۰) میتوان کلیه مشخصات ماهواره را از لحاظ موقعیت ـ مختصات ـ زوایای ناجوری ـ سرعت وغیره حساب نمود و بطوریکه بعداً شرح داده خواهد شد مقادیر a و e و ($M_p$ یا $t_p$) بوسیله اندازه گیری مستقیم یا عکس برداری ماهواره بدست میآید .

## ه ـ مشخصات صفحه مداری وتعیین وضعیت آن نسبت به زمین :

آنچه که قبلاً گفته شد مربوط به مشخصات بیضی مدار و حرکت ماهواره درصفحه مداری بوده بدیهی است که برای امکان تعیین مختصات ماهواره نسبت به یک نقطه زمین باید وضعیت صفحه مداری نیز نسبت به کره زمین تعیین شود و برای این منظور یکدستگاه مختصات فضائی درنظر میگیرند که مرکز آن مرکز کره زمین و صفحه Y و X آن صفحه استوائی و محور Z آن در استداد قطب شمال و محور X آن هم در استداد نقطه اعتدال بهاری یا Vernal Equinox میباشد و وضعیت صفحه مداری حرکت ماهواره را نسبت به این دستگاه مختصات فضایی به ترتیب زیر تعیین میکنند :




شکل ۵

ابتدا نقاط برخورد بیضی مدار ماهواره را باصفحه استوائی (YX) درنظر میگیرند این نقاط (Node)

نامیده میشود که ماآنرابفارسی **نقاط گذر** نامیده‌ایم وخط واصل بین این دونقطه راهم خط گذر (Line of Node) مینامیم بعلاوه جهت مثبت این خط از طرف (Ascending Node) یا نقطه گذر فرازی است زاویه $\Omega$ خط مذکور فوق بامحور X هارا هم (بعدنجومی گذرفرازی) (Right Ascension of the Ascending Node) مینامند .

علاوه برزاویه $\hat{\Omega}$ مذکورفوق زاویه $(\hat{I})$ بین صفحه مداری وصفحه استوائی (XY) راکه Inclination یا میل نامیده میشود نیز تعیین میکند .

واضح است که دو زاویه $\Omega$ و I وضعیت فضائی صفحه مدار را بخوبی مشخص میسازند حال اگر زاویه $\omega$ بین خط گذر وقطر بزرگ بیضی یعنی امتداد نزدیکترین نقطه مدار راهم تعیین کنیم وضع بیضی مدار درصفحه مداری کاملاً مشخص میگردد وباین ترتیب می‌بینیم که برای تعیین موقعیت فضائی نقاط ماهواره مقادیر شش گانه a و e و ($t_p$ یا $M_p$) و ($\Omega$ و I و $\omega$) ضرورت دارد و برای بدست آوردن این مقادیر ساده‌ترین طریقه اندازه گیری مختصات (X و Y و Z) ماهواره‌ازیک ایستگاه زمینی وتعیین سرعت (Z' Y' X')ماهواره ازآن نقاط است که بعداً شرح داده میشود وبوسیله این شش مقدار معلوم مقادیر شش گانه فوق‌الذکر رامحاسبه ووضع فضائی مدار ماهواره را مشخص مینمایند .

**و ـ طرز تعیین مختصات فضائی (X و Y و Z) ماهواره ـ** این مختصات ممکن است در دستگاه مختصات :

(استوائی کروی مرکزی) (Geocentric)

و یا درمختصات :

(استوائی کروی محلی) (Topocentric)

محاسبه شود و درهردودستگاه صفحه (YX) درامتداد صفحه استوائی زمین ومحور Z درامتداد قطب شمال است وفقط محل مرکزمختصات تغییرمیکند که دراولی مرکززمین ودردومی ایستگاه یا یک نقطه ازسطح زمین است

بطوریکه درشکل ۵ دیده میشود برای تعیین مختصات ژئوسانتریک ماهواره باید زاویه $\widehat{mMB}=\delta$ که میل نجومی یا (Declination) نقطه m نامیده میشود و همچنین زاویه $\widehat{BMX}=\alpha$ که بعد نجومی یا (Right Ascension) آن نقطه میباشد تعیین شوند و برای این منظور درمثلث کروی (AmB) با استفاده از رابطه سینوس ها وقضیه سه عمود روابط زیر را خواهیم داشت :

$$\cos(f+\omega)=\cos\delta\cdot\cos(\alpha-\Omega)$$

$$\sin(f+\omega)\cos I=\cos\delta\sin(\alpha-\Omega)$$

$$\sin(f+\omega)\sin I=\sin\delta$$

و ازآنجا نتیجه میشود :

$$\begin{cases} \sin\delta = \sin(f+\omega)\sin I \\ tg(\alpha-\Omega) = \cos I \cdot tg(f+\omega) \end{cases} \qquad (۱٦)$$

بطوریکه ملاحظه میشود مقادیر موردنظر $\delta$ و $\alpha$ برای هرزمان t بسهولت از روی مقادیر $\omega$ و I و $\Omega$ که قبلاً تعیین شده‌اند ومقدار f زاویهٔ ناجوری حقیقی که از روی رابطهٔ :

$$tg f = \frac{\sqrt{1-e^2}\sin E}{\cos E - e}$$

برای زمان t حساب‌میشود بدست خواهند آمد .

حال اگر طول شعاع کانونی r را هم برای زمان t از روی رابطهٔ :

$$r = a(1 - e\cos E)$$

حساب کنیم مختصات ژئوسانتریک ماهواره طبق روابط ساده زیر بدست خواهد آمد :

$$\begin{cases} X = r\cos\delta \cdot \cos\alpha \\ Y = r\cos\delta \cdot \sin\alpha \\ Z = r\sin\delta \end{cases} \qquad (۱۷)$$

راجع به مختصات توپوسانتریک (Topocentric) ماهواره کافی است که مرکز مختصات را از مرکز زمین به ایستگاه‌زمینی‌موردنظر انتقال‌دهیم ( نقطه M شکل ٦ ) وبطوریکه میدانیم اگر $\lambda$ و $\varphi$ و H به ترتیب طول جغرافیائی (Longitude) و عرض‌جغرافیائی (Latitude) وارتفاع (Altitude) نقطه مزبور نسبت به بیضوی مقایسه (Reference Ellipsoide) باشد دراینصورت مختصات ژئودزیک (Geodesic) نقطه ایستگاه طبق روابط زیر تعیین خواهدشد :

$$\left| \begin{array}{l} x_g = (N+H)\cos\varphi \cdot \cos(h+\lambda) \\ y_g = (N+H)\cos\varphi \cdot \sin(h+\lambda) \\ z_g = (N+H)(1-e'^2)\sin\varphi \end{array} \right| \qquad (۱۸)$$

در روابط فوق مقدار (N) که طول (M'R) است و قائم بزرگ یا (Prime Vertical) نامیده میشود از روی رابطه :

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e'^2 \sin^2\varphi}}$$

محاسبه میگردد که‌درآن متر ـ m ٦٫۳۷۸٫۳۸۸ = a (نیم‌قطربزرگ بیضوی‌مقایسه) و ۰٫۰۰٦۷۲۲٦۷ = $e'^2$ (خروج ازمرکز بیضوی‌مقایسه) میباشد و راجع به (h) هم با توجه باینکه مبدأ مختصات‌جغرافیائی گرینویچ (Greenwich) است درصورتیکه مبدأ مختصات‌نجومی نقطه‌اعتدال بهماری یا (Vernal Equinox) میباشد

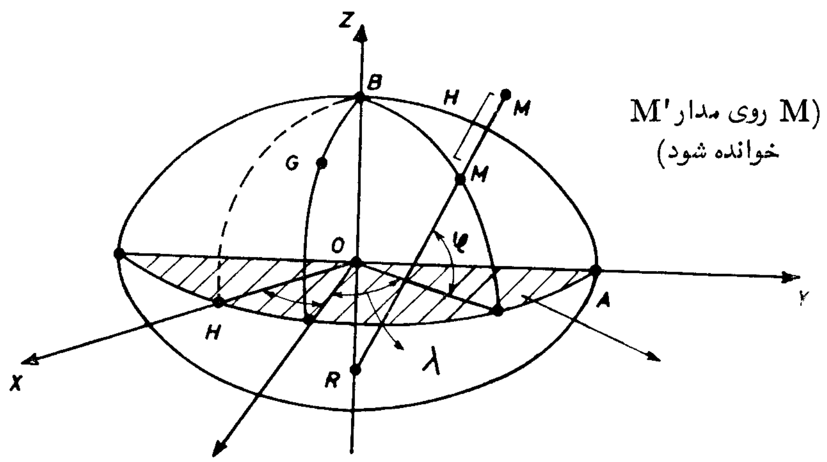
لذا ازلحاظ تبدیل مختصات ژئوسانتریک به مختصات توپوسانتریک مقدار (h) که زاویه ساعتی بین دو نصف النهار HB و GB مربوط به دو مبدأ مذکور میباشد درنظر گرفته شده است .

بعلاوه یادآوری میشود که مقادیر λ و φ روابط ۱۸ بوسیله اندازه گیریهای نجومی دقیق و H هم بوسیله اندازه گیری زمین ( ترازیابی ) تعیین میگردد .

باتوجه بمراتب مذکور فوق مختصات توپوسانتریک ماهواره که نقطه M مرکز آن میباشد بصورت روابط زیر خواهد بود :

$$X_t = X - x_g \quad \text{و} \quad Y_t = Y - y_g \quad \text{و} \quad Z_t = Z - z_g \qquad (۱۹)$$

که درآن مقادیر X و Y و Z همان مختصات ژئوسانتریک ماهواره میباشد که درشماره (۱۷) شرح داده شده است و روابط (۱۹)معادلات معمولی تبدیل مرکز مختصات میباشد بعلاوه از لحاظ سهولت محاسبه و امکان




شکل ٦

استفاده از اندازه گیریهای مستقیم محلی بهتر است که بجای روابط (۱۹) روابط (۲۰) را که مختصات توپوسانتریک کروی محلی هستند درنظر بگیریم :

$$(۲۰) \qquad \begin{cases} X_t = r_t \cdot \cos\delta_t \cdot \cos\alpha_t \\ Y_t = r_t \cdot \cos\delta_t \cdot \sin\alpha_t \\ Z_t = r_t \cdot \sin\delta_t \end{cases}$$

درروابط فوق ($r_t$) فاصله ماهواره ازایستگاه و $\delta_t$ و $\alpha_t$ هم میل وبعدنجومی ماهواره نسبت به نقطه ایستگاه میباشند که مقادیرآن از روی روابط (۱۹) بشرح زیر تعیین میگردند :

$$(۲۱) \qquad \begin{cases} r_t = \sqrt{X_t^۲ + Y_t^۲ + Z_t^۲} = \dfrac{Z_t}{\sin\delta_t} \\ \cot g\,\delta_t = \dfrac{X_t}{Z_t} \times \dfrac{۱}{\cos\alpha_t} \quad \text{و} \quad tg\,\alpha_t = \dfrac{Y_t}{X_t} \end{cases}$$

**ز ـ مثال عددی ـ** برای روشن‌شدن نحوه محاسبات به‌حل یک‌مثال‌عددی که طرز محاسبه مختصات توپوسانتریک‌یک ماهواره درساعت جهانی ۰ر۰۷۷۴۵۳۵ روز $=t$ برابر ۱ساعت و ۵۰ دقیقه و ۳۲ ثانیه درتاریخ ۲۵ آگوست ۱۹۵۸ میباشد مبادرت میگردد . درمحاسبات مربوط واحد اندازه گیری طول :

$L=$ ۶ر۳۷۸۳۸۸ متر

برابر نیم‌قطر بزرگ بیضوی‌مقایسه زمین و واحد اندازه گیری‌زمان یک‌روز جهانی برابر : ۸۶۴۰۰ ثانیه‌زمانی و واحد اندازه‌گیری زوایا یکدرجه برابر (۳۶۰۰) ثانیه میباشد .

بطوریکه قبلاً گفته شد برای تعیین وضع فضائی مدار ماهواره احتیاج به شش مقدار :

$a-e-t_p$ و $\Omega$ و $\omega$ و $I$

میباشد که بشرح زیر تعیین شده است :

**تاریخ ۲۵ آگوست (۱۹۵۸)**

$a=$ ۱ر۱۲۸۶۴۷ واحد طول $=L$ $\left(\bar{n}=\frac{2\pi}{T}=\right.$ ۵۱۰۹ر۹۰۶۳ $\left.\frac{\text{درجه}}{\text{روز}}\right)$

$e=$ ۰ر۰۸۵۷۶۳ = (زاویه خروج ازمرکز ۴°ر۹۱۳۸۵۸)

**زمان عبور از نزدیکترین نقطه :**

| | روز | ساعت جهانی | دقیقه | ثانیه |
|---|---|---|---|---|
| $t_p=$ ۰ر۰۵۸۶۷۲۷ = | | ۱ | ۲۴ | ۳۰ |

$\Omega=$ ۱۰۵°ر۳۸۱ = ۱۰۵° ۲۲′ ۵۲″

$\omega=$ ۲۸°ر۸۲۷ = ۲۸° ۴۹′ ۳۷″

$I=$ ۶۵°ر۲۰۰ = ۶۵° ۱۲′ ۰۰″

بعلاوه موقعیت ایستگاه زمین در روی بیضوی مقایسه بشرح زیر تعیین شده است :

$\varphi=$ +۳۸°ر۵۶۶ = +۳۸° ۳۳′ ۵۸″

$\lambda=$ −۹۰°ر۴۲۵ = −۹۰° ۲۵′ ۳۰″ $\qquad h+\lambda=$ ۲۷۰° ۱۷′ ۱۱″ر۸

$H=$ ۰ر۰۰۰۰۱$^{L}$ = ۶۳ر۷۸۴ متر

۱ ـ محاسبه زاویه ناجوری متوسط $\bar{M}$ :

زمان محاسبه : $t=$ ۰ر۰۷۷۴۵۳۵ روز

زمان عبور ازنزدیکترین نقطه : $t_p=$ ۰ر۰۵۸۶۷۲۷ روز

| | روز | دقیقه | ثانیه |
|---|---|---|---|
| $t-t_p=$ ۰ر۰۱۸۷۸۰۸ = | | ۲۷ | ۲ر۶ |

$\bar{M}=\bar{n}(t-t_p)=$ ۵۱۰۹ر۹۰۶۳ درجه × ۰ر۰۱۸۷۸۰۸ روز = ۹۵°ر۹۶۸۱۲۹۷ = ۹۵° ۵۸′ ۵″ر۲۶۵

۲ ـ محاسبه زاویه ناجوری خارج از مرکز بطریقه تقریب تدریجی :

$$E_۱=\overline{M}+e\,sin\,\overline{M}+\frac{۱}{۲}e^{۲}\,sin\,۲\,\overline{M}=۱۰۰^\circ٫۳۷۱۹۲۳۸=۱۰۰^\circ\quad ۲۲'\quad ۱۹''$$

$sin\,E_۱=۰٫۹۸۳۶۵۹۸$ $\qquad$ $cos\,E_۱=-۰٫۱۸۰۰۳۷۵$

$$M_۱=E_۱-\bar{e}\,sin\,E_۱=۱۰۰^\circ٫۳۷۱۹۲۳-۴^\circ٫۹۱۳۸۵۸\times ۰٫۹۸۳۶۵۹۸=۹۵^\circ٫۵۳۸۵۹۲$$

$$\triangle E_۱=\frac{\overline{M}-\overline{M_۱}}{۱-e\,cos\,E_۱}=\frac{۰٫۴۲۹۵۳۷}{۱+۰٫۰۸۵۷۶۳\times ۰٫۱۸۰۰۳۷۵}=۰٫۴۲۳۲۲۲۹$$

$$E_۲=E_۱+\triangle E_۱=۱۰۰^\circ٫۷۹۵۱۴۶۷=۱۰۰^\circ\quad ۴۷'\quad ۴۳''$$

$sin\,E_۲=۰٫۹۸۲۳۰۲۷$ $\qquad$ $cos\,E_۲=-۰٫۱۸۷۳۰۰۴$

$$\overline{M_۲}=E_۲-\bar{e}\,sin\,E_۲=۹۵^\circ٫۹۶۸۲۵۰۷$$

$$\triangle E_۲=\frac{M-M_۲}{۱-e\,cos\,E_۲}=-۰٫۰۰۰۱۱۹۵$$

$$E=E_۳=E_۲+\triangle E_۲=۱۰۰^\circ٫۷۹۵۰۲۷۲=\underline{۱۰۰^\circ\quad ۴۷'\quad ۴۲''}$$

۳ ـ محاسبه زاویهٔ ناجوری حقیقی :

$$b=a\sqrt{(۱-e^{۲})}=a\times\sqrt{۰٫۹۹۲۶۴۴}=۱٫۱۲۴۴۸۸۶\ L$$

$sin\,E=۰٫۹۸۲۳۰۳۶$ $\qquad$ $cos\,E=-۰٫۱۸۷۲۹۵۶$

$$tg\,f=\frac{b\,sin\,E}{a(cos\,E-e)}=-۳٫۵۸۴۱۵۴۸$$

$$f=۱۰۵^\circ\quad ۳۵'\quad ۲۲''$$

۴ ـ محاسبه فاصله ومختصات کانونی ماهواره درصفحه مداری :

$$r=a(۱-e\,cos\,E)=۱٫۱۲۸۶۴۷(۱+۰٫۰۸۵۷۶۳\times ۰٫۱۸۷۲۹۵۶)=۱٫۱۴۶۷۷۶۵\ L$$

$sin\,f=۰٫۹۶۳۲۱۲۱$ $\qquad$ $cos\,f=-۰٫۲۶۸۷۴۲۴$

$y=r\,sin\,f=۱٫۱۰۴۵۸۹۰L$ $\qquad$ $x=r\,cos\,f=-۰٫۳۰۸۱۸۷۵L$

۵ ـ محاسبه زوایای میل و بعد نجومی ماهواره :

$$sin\,\delta=sin(f+\omega)\,sin\,I=sin(۱۰۵^\circ\quad ۳۵'\quad ۲۲''+۲۸^\circ\quad ۴۹'\quad ۳۷'')sin(۶۵^\circ\quad ۱۲'\quad ۰'')$$
$$=sin(۱۳۴^\circ\quad ۲۴'\quad ۵۹'')sin(۶۵^\circ\quad ۱۲'\quad ۰'')=۰٫۹۰۷۷۸\times ۰٫۷۱۴۲۷=۰٫۶۴۸۴۰$$

$$\hat{\delta}=\underline{۴۰^\circ\quad ۲۵'\quad ۱۶''٫۴}$$

$$tg(\alpha-\Omega)=cos\,I\cdot tg(f+\omega)=cos(۶۵^\circ\quad ۱۲'\quad ۰'')\cdot tg(۱۳۴^\circ\quad ۲۴'\quad ۵۹'')=$$
$$۰٫۴۱۹۴۵\times(-۱٫۰۲۰۵۷)=:-۰٫۴۲۸۰۸$$

$$(\alpha-\Omega)=۱۵۶^\circ\quad ۴۹'\quad ۳۰''٫۸$$

$$\alpha=۱۵۶^\circ\quad ۴۹'\quad ۳۰''٫۸+۱۰۵^\circ\quad ۲۲'\quad ۵۲''=\underline{۲۶۲^\circ\quad ۱۲'\quad ۲۲''٫۸}$$

۶ - محاسبه مختصات ژئوسانتریک ماهواره :

$$X = r\cos\delta \cdot \cos\alpha = ۱٫۱۴۶۷۷۶۵ \times \cos(۴۰° \quad ۲۵' \quad ۱۶''٫۴) \times \cos(۲۶۲° \quad ۱۲' \quad ۲۲'' \quad 1)$$
$$= -\underline{۰٫۱۱۸۳۹۴۰۰} \; L$$
$$Y = r\cos\delta \cdot \sin\alpha = ۱٫۱۴۶۷۷۶۵ \times \cos(۴۰° \quad ۲۵' \quad ۱۶''٫۴) \times \sin(۲۶۲° \quad ۱۲' \quad ۲۲''٫۸)$$
$$= -\underline{۰٫۸۶۴۹۷۵۱} \; L$$
$$Z = r\sin\delta = ۱٫۱۴۶۷۷۶۵ \times \sin(۴۰° \quad ۲۵' \quad ۱۶''٫۶) = \underline{۰٫۷۴۳۵۷۰۵} \; L$$

۷ - محاسبهٔ مختصات توپوسانتریک ماهواره :

$$x_g = (N+H)\cos\varphi\cos \cdot (h+\lambda) = ۰٫۰۰۳۹۱۶۶ \quad L$$
$$y_g = (N+H)\cos\varphi \cdot \sin(h+\lambda) = -۰٫۷۸۲۰۱۵۹ \quad L$$
$$z_g = (N+H)\,(۱ - e'^{۲})\sin\varphi = ۰٫۶۲۰۰۲۲۰ \quad L$$

و بنابراین :

$$X_t = X - x_g = -۰٫۱۱۸۳۹۴۰ - ۰٫۰۰۳۹۱۶۶ = -۰٫۱۲۲۳۱۰۶ \quad L$$
$$Y_t = Y - y_g = -۰٫۸۶۴۹۷۵۱ + ۰٫۷۸۲۰۱۵۹ = -۰٫۰۸۲۰۵۹۲ \quad L$$
$$Z_t = Z - z_g = ۰٫۷۴۳۵۷۰۵ - ۰٫۶۲۰۰۲۲۰ = ۰٫۱۲۳۵۴۸۶ \quad L$$

۸ - محاسبه فاصله وسیل و بعد نجومی ماهواره نسبت به ایستگاه :

$$tg\,\alpha_t = \frac{Y_t}{X_t} = \frac{-۰٫۰۸۲۰۵۹۲}{-۰٫۱۲۲۳۱۰۶} = ۰٫۶۷۰۹۰۸۳ \qquad \alpha_t = ۲۱۳° \quad ۵۱' \quad ۲۸''٫۷$$

( زیرا $X_t$ و $Y_t$ هردومنفی هستند ) .

$$\cos\alpha_t = -۰٫۸۳۰۴۲۱۰$$
$$tg\,\delta_t = \frac{Z_t\cos\alpha_t}{X_t} = \frac{-۰٫۱۲۳۵۴۸۶ \times ۰٫۸۳۰۴۲۱۰}{-۰٫۱۲۲۳۱۰۶} = ۰٫۸۳۸۸۲۶۴$$

و ازآنجا :

$$\underline{\delta_t = ۳۹° \quad ۵۹' \quad ۲۶''٫۹}$$

و :

$$r_t = \sqrt{X_t^{۲} + Y_t^{۲} + Z_t^{۲}} = \frac{Z_t}{\sin\delta_t} = \underline{۰٫۱۹۲۲۴۴۳} \quad L$$

ویا تقریباً :

$$r_t = ۱۲۲۵۹۲۸ \quad m = \text{متر}$$

**قسمت ۳-** طرزتعیین مقادیرشش گانه ($a$و$e$و$t_p$و$\Omega$و$I$و$\omega$) بطریقه مثلث‌بندی‌فضائی (Trispheration)

مبنای این‌طریقه اندازه‌گیری فاصله ($r_t$) یک نقطه زمینی است از وضعیت ماهواره در زمان معین که یا بوسیله دستگاه‌های الکترومانیتیک Secor ویا دستگاه‌های نوری Laser انجام میشود و درهردوطریقه مدت رفت وبرگشت‌موج الکترومانیتیک یانوری‌بین یک دستگاه فرستنده زمینی و یک دستگاه بازتابنده که روی ماهواره نصب شده است تعیین میگردد بدیهی‌است اگر این‌مدت t باشد و سرعت انتشار امواج مورداستفاده V فرض شود خواهیم داشت $r_t = V \cdot \frac{t}{۲}$

اندازه‌گیری زمان t هم برمبنای اختلاف فاز (Phase) ناشی از اختلاف طول مسیر نور ویا اختلاف تواتر بین موج اندازه‌گیری وموج حامل (Carrier) میباشد .

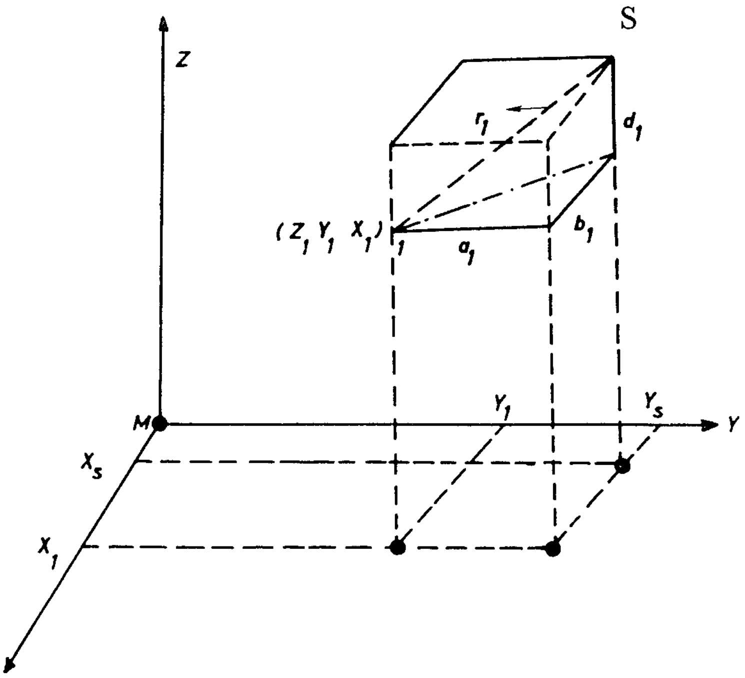
حال فرض میکنیم که فاصله $r_1$ ایستگاه زمینی (۱) ووضعیت S ماهواره بطریق مذکور فوق اندازه‌گیری شده است وبعلاوه مختصات ایستگاه مزبور دریکدستگاه توپوسانتریک مقادیر معلوم $X_1$ و $Y_1$ و $Z_1$ باشد .

اگر مختصات توپوسانتریک ماهواره را دروضعیت S ($X_S$ و $Y_S$ و $Z_S$) فرض کنیم که مجهول میباشند مطابق شکل ۷ خواهیم داشت :

$$r_1^2 = a_1^2 + b_1^2 + d_1^2$$

ویا :

$$r_1^2 = (X_S - X_1)^2 + (Y_S - Y_1)^2 + (Z_S - Z_1)^2$$



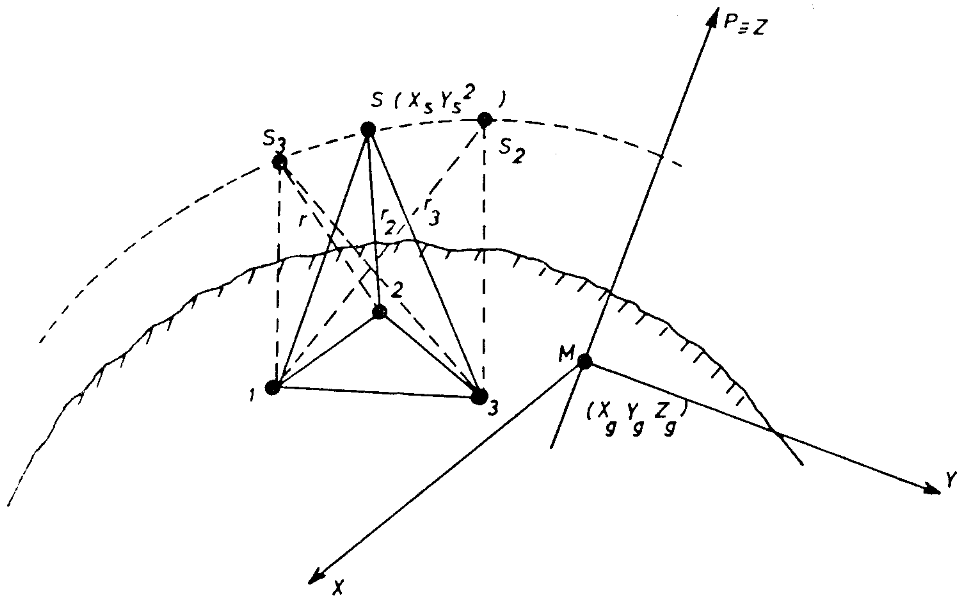

شکل ۷

بدیهی است اگر از دو نقطه دیگر (۲) و (۳) بامختصات معلوم $(X_2Y_2Z_2)$ و $(X_3Y_3Z_3)$ همزمان با اندازه‌گیری $r_1$ فواصل $r_2$ و $r_3$ بین وضعیت S ماهواره وایستگاه های ۲ و ۳ رانیز اندازه‌گیری کنیم خواهیم داشت:

$$\left\{\begin{array}{l} r_2^2 = (X_S - X_2)^2 + (Y_S - Y_2)^2 + (Z_S - Z_2)^2 \\ r_3^2 = (X_S - X_3)^2 + (Y_S - Y_3)^2 + (Z_S - Z_3)^2 \end{array}\right. \qquad (22)$$

وبدین ترتیب سه معادله باسه مجهول ($Z_S$ و $Y_S$ و $X_S$) بدست میآید که باحل آن میتوان مختصات توپوسانتریک نقطه (S) را تعیین نمود .

سه نقطه زمینی ۱ و ۲ و ۳ یک مثلث زمینی تشکیل میدهند که قبلاً با اندازه‌گیری ژئودزیک دقیق تعیین ومختصات آنها دریک دستگاه توپوسانتریک مشخص محاسبه شده است .




شکل ۸

بطوریکه دیده میشود هریک از روابط فوق معادله یک کره (Sphere) بمرکز ایستگاه اندازه گیری مربوط هستند و بهمین دلیل طریقه فوق طریقه سه کره‌ای یا (Trispheration) نامیده میشود بعلاوه چون فصل مشترک دو کره یک دائره‌است دایره مزبور با کره سوم دونقطه مشترک داردلذا برای موقعیت (S) دونقطه بدست خواهد آمد که فقط یکی از آنها قابل قبول است .

بوسیله اندازه گیریهای مذکـور مختصات توپوسانتریک سه نقطه ازمدار ماهواره ($S_۱S_۲S_۳$) بدست میآید وچون مختصات ($x_g$ و $y_g$ و $z_g$) مرکز M را نیز میدانیم .

لذا با استفاده از روابط(۱۹) مختصات ژئوسانتریک سه نقطه ماهواره ($S_۱S_۲S_۳$) تعیین خواهدشد:

$$X = X_t + x_g \qquad Y = Y_t + y_g \qquad Z = Z_t + z_g \tag{۲۳}$$

وازآنجا باتوجه بروابط(۱۷) برای طول شعاع ژئوسانتریک ومیل وبعدنجومی مرکزی روابط زیررا خواهیم داشت:

$$r_g = \sqrt{X^۲ + Y^۲ + Z^۲}$$

و :

$$tg\alpha = \frac{Y}{X}$$

و :

$$tg\delta = \frac{Z}{X} \cos\alpha \tag{۲٤}$$

بدیهی‌است چون سه دسته مقدار برای (X و Y و Z) در دست است لذا برای r و α و δ هم هریک سه مقدار بدست خواهد آمد $\delta_۱\alpha_۱r_۱ \qquad \delta_۲\alpha_۲r_۲ \qquad \delta_۳\alpha_۳r_۳$

سپس با استفاده از روابط :

$$\sin\delta_۱ = \sin(f_۱+\omega)\sin I \qquad \sin\delta_۲ = \sin(f_۲+\omega)\sin I \qquad \sin\delta_۳ = \sin(f_۳+\omega)\sin I$$

و :

$$tg(\alpha_۱-\Omega) = \cos I\, tg(f_۱+\omega) \qquad tg(\alpha_۲-\Omega) = \cos I\, tg(f_۲+\omega) \qquad tg(\alpha_۳-\Omega) = \cos I\, tg(f_۳+\omega)$$

و :

$$r_۱ = a(۱-e\cos E_۱) \qquad r_۲ = a(۱-e\cos E_۲) \qquad r_۳ = a(۱-e\sin E_۳)$$

و :
$$tgf=\frac{\sqrt{1-e^2}\,sin\,E}{cos\,E-e}$$

مقادیر($\omega$ و $I$ و $\Omega$) حساب خواهد شد زیرا بطوریکه دیده میشود تعداد معادلات ۶ عدد و تعداد مجهولات نیز ۶ است

**تبصره ـ** بعضی اوقات با استفاده از خاصیت تغییر شدت در نتیجه حرکت معروف به اثر (Doppler) درنزدیکترین نقطه مدار ماهواره به زمین فاصله وسرعت ماهواره را اندازه میگیرند وبدین طریق دو مقدار معلوم ومستقل ازیکدیگر بدست میآید وچنانچه این اندازه گیری درسه ایستگاه صورت گیرد مشخصات مدار ماهواره با تقریب کافی معین میگردد .

**۴ ـ تعیین مختصات ژئودریک نقاط زمینی ـ** بطوریکه دیدیم باطریقه (سه کره ای) (Trispheration) واستفاده از روابط ومعادلات مربوط به مسیر ماهواره وصفحه مداری ومختصات توپوسانتریک نقاط مدار وضع مسیر ماهواره نسبت بـه کره زمین کاملاً مشخص میشد ومیتوانستیم درهر زمان $t$ موقعیت مـاهواره را دقیقاً حساب کنیم .

حال برعکس حالت قبل فرض میکنیم که یک نقطه از زمین مانند ($G$) درنظر است که میخواهیم مختصات ژئودزیک آنرا تعیین کنیم . برای این منظور کافی است که ازنقطه $G$ فاصله $r_{g_1}$ و $r_{g_2}$ ازدووضعیت $S_1$ و $S_2$ ماهواره را در زمانهای $t_1$ و $t_2$ (نزدیک بهم) اندازه بگیریم واگر مختصات ژئوسانتریک ماهواره در دووضع فوق الذکر ($X_{S/1}$ و $Y_{S/1}$ و $Z_{S/1}$) و ($X_{S/2}$ و $Y_{S/2}$ و $Z_{S/2}$) و مختصات ژئودریک نقطه زمینی $D$ را که مجهول است ($x_g$ و $y_g$ و $z_g$) فرض کنیم خواهیم داشت :

$$\begin{cases} r_{g/1}^2=(X_{S/1}-x_g)^2+(Y_{S/1}-y_g)^2+(Z_{S/1}-z_g)^2 \\ r_{g/2}^2=(X_{S/2}-x_g)^2+(Y_{S/2}-y_g)^2+(Z_{S/2}-z_g)^2 \end{cases} \quad (۲۴)$$

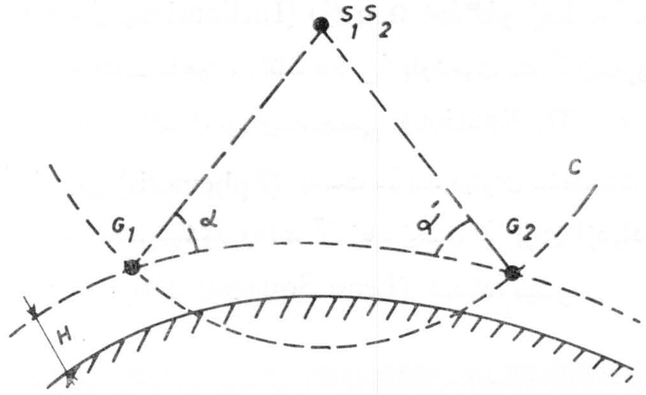
و :

$$\begin{cases} x_g=(N+H)\cos\varphi\cos(\lambda+h) \\ y_g=(N+H)\cos\varphi\sin(\lambda+h) \\ z_g=(N+H)(1-e'^2)\sin\varphi \end{cases} \quad (۲۵)$$

وبنابراین درصورتیکه ($H=o$) باشد ( ساحل اقیانوس و دریاهای آزاد ) ویاآنکه ($H$) ارتفاع تقریبی محل نسبت به بیضوی مقایسه که ممکن است با ارتفاع سنج (Altimetre) اندازه گرفته شود در دست باشد دراین صورت با حل دسته معادلات بالا مقادیر ($\lambda$ و $\varphi$) وبالنتیجه مختصات ژئودریک نقطه $G$ تعیین خواهد شد .

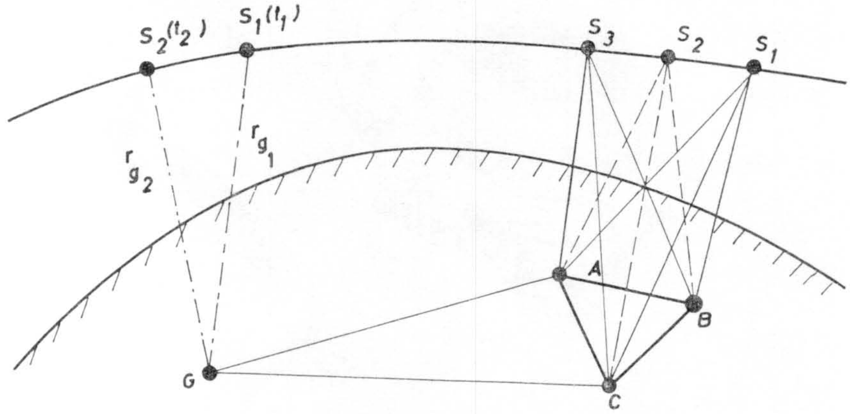
**تبصره ـ** بطوریکه میدانیم روابط(۲۳) معادله دوکره به مرکز $S_1$ و $S_2$ ماهواره میباشند که فصل مشترک آنها دایره $C$ است که درصفحه عمود بصفحه مداری ماهواره قراردارد این صفحه زمین را درامتداد یک بیضی قطع خواهد کرد وباتوجه به ارتفاع $H$ می بینیم که موقعیت نقطه موردنظر زمینی دارای دوجواب $G_1$ و $G_2$ خواهد بود کـه انتجاب بین آن دو با توجه به جهت زاویه ارتفاع $\alpha$ کـه درموقع اندازه گیری معلوم میشود بسیار سهل خواهد بود .

دراین مورد باید توجه داشت که اندازه گیری سه فاصله $r_{g_1}$ و $r_{g_2}$ و $r_{g_3}$ ازسه وضعیت ماهواره هیچ کمکی به حل مسئله نخواهد کرد زیرا بطوریکه میدانیم چون مرکز کرات تقریباً در روی یک خط هستند لذا صفحه




شکل ۹

دوایر تقاطع کرات بریکدیگر منطبق خواهند بود .



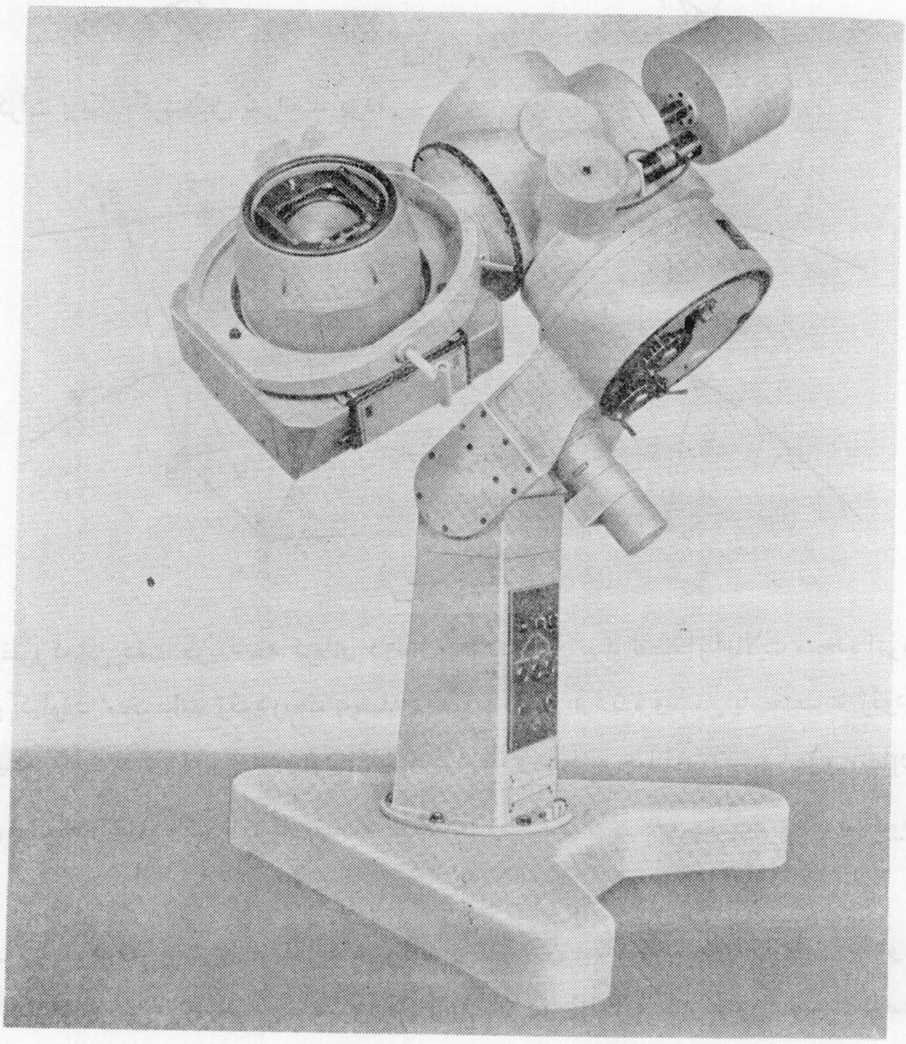

شکل ۱۰

بمنظور تعیین دقت طریقه سه کره‌ای درسال گذشته بین چند نقطه از ایالات متحده امریکا بفواصل بیش از ۴۰۰ کیلومتر مختصات ژئودریک بوسیله ماهواره تعیین گردیده وسپس بامختصات ژئودریک زمینی آنها که بوسیله مثلث بندی تعیین شده بود مقایسه گردید و درهیچ جا اختلاف یا (Discrepency) از ۶ متر = ۲۰ فوت تجاوز ننموده که باتوجه بفاصله نقاط درحدود $\frac{6}{400000} \# \frac{1}{70000}$ میشود که بسیار عالی است .

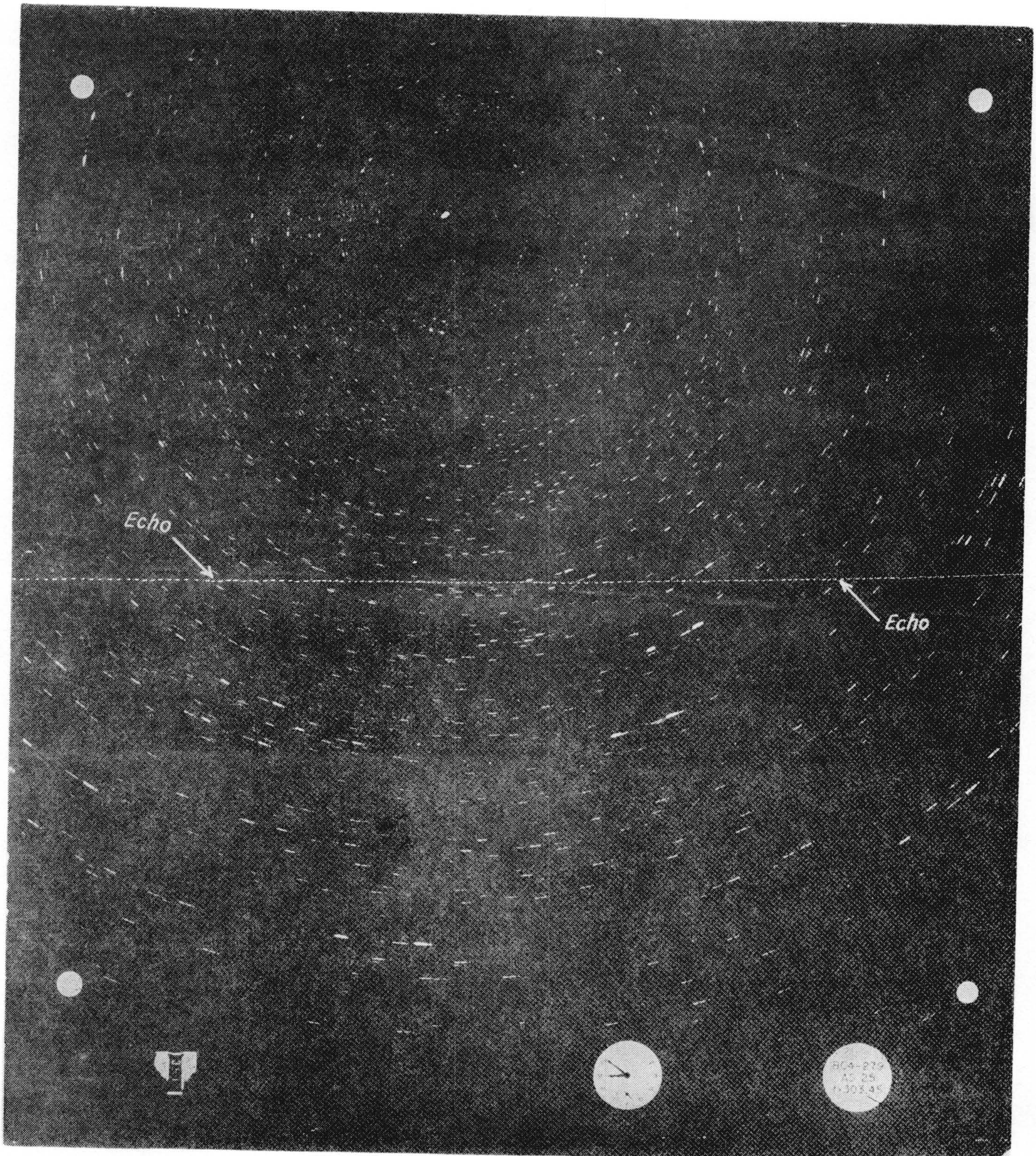
**۵ ـ طریقه عکس‌برداری ازمدار ماهواره ـ** برای تعیین مشخصات صفحه مداری ماهواره میتوان از مدار ماهواره بوسیله دوربین های عکاسی مخصوص (Ballistic Camera) که محور آن نسبت به صفحه استوائی ازلحاظ میل وبعد نجومی قابل تنظیم است عکسبرداری نمود . دهانه دوبین دارای یک دریچه خودکار است که درفواصل زمانی ثابت بازوبسته میشود (درحدود ۰٫۴ ثانیه) مدت بازماندن دریچه دوربین درحدود ($\frac{1}{30}$) ثانیه است بدیهی است چون عکس های متوالی درروی یک شیشه ثبت میشوند لذا مدار ماهواره بصورت یک خط نقطه‌چین دربرابر عکس صفحه آن ظاهر میگردد .

عکس ستارگان نیز بدلیل دوران وضعی زمین بصورت قوس های دائروی شکل که مرکز آنها ستاره قطبی است درروی شیشه حساس ظاهر میشوند وامتداد مدار ماهواره درروی عکس توجیه شده وضع نسبی

صفحه مداری را ازلحاظ زاویه میل (Inclination) وزاویه Ω **خط گذر** (Line of Nodes) مشخص مینماید بعلاوه با مقایسه وضعیت های مختلف ماهواره (نقاط عکس) باوضعیت ستارگان معروف که درروی عکس قابل تشخیص هستند ومشخصات نجومی آنها (میل وبعدنجومی (Declination) و (Right Ascention) درهرزمان از روی جداول نجومی (Ephemeris) بدست میآید میتوان مشخصات نجومی ماهواره را تعیین نمود وچون اندازه گیریها ازروی عکس میشود ودقت آن زیاد نیست لذا برای ازدیاد دقت با استفاده از عکس ستارگان مختلف ازطریقه کمترین مربعات (Least Squares) استفاده میشود .



ضمناً برای اینکه خطای اندازه گیری زوایا ازیک ثانیه بیشتر نباشد درمورد یک ماهواره که ارتفاع عبور آن درحدود ۱۰۰۰ کیلو متر است لازم است که تنظیم زمان دریچه خود کار دوربین با دقت $\frac{۰٫۷}{۱۰۰۰}$ ثانیه باشد ۰٫۷ (Millisecond) و بعلاوه برای ثبت زمان شروع و خاتمه عکسبرداری از یک ساعت بسیار دقیق نجومی بادقت $\frac{۱}{۱۰۰۰۰}$ ثانیه (Precision Clock) استفاده میشود در این جا دوربین عکسبرداری مخصوص وهمچنین یک عکس ازماهواره (ECHO — ۱) برای ملاحظه چاپ شده است .




عکس اکو ۱ درحال عبور از مقابل صورت فلکی دب اصغر در تاریخ ۳۱ مارس ۱۹۶۲ مدت نوردادن $\frac{۱}{۳۰}$ ثانیه وفاصله زمانی عکسبرداری ۴ر۰ ثانیه میباشد