

روشی دقیق برای حل اثر بارهای عرضی و حرکت جانبی در ساختمان

نوشتۀ

مهندس جمشید حسینی

روشهای تقریبی میاسبه‌ی اثرنیروهای افقی و حرکت جانبی ساختمانهای هیپراستاتیک اصولاً فاقد دقت کافی میباشند بطوریکه در بعضی موارد خطای میاسبه تا ۰.۵٪ مقدار حقیقی نیز میرسد و چون گاهی جهت خطا (ازحیث اضافی و نقصانی بودن آن) مشخص نیست آنکه ناچاریم ضریب اطمینان بزرگتری اختیار کنیم^(۱).

روشی که در این شماره برای حل قابها با منظورداشتن اثرنیروهای افقی و حرکت جانبی عرضه میشود برای حل هر قاب فقط معادل ۵۱ الی ۲ برابر پخش لنگر نیروهای افقی بطریقه‌ی کراس وقت می‌برد ولی در ضمن دقت میاسبه را میتوان تاحد دقت مورد نظر بالا بد.

میدانیم که پخش لنگر نیروهای قائم بطریقه‌ی کراس با فرض عدم امکان حرکت جانبی ساختمان و بعبارت دیگر با فرض مفصلی بودن طبقه‌ها صورت میگیرد (شکل الف) و از اینروهای عرضی که

۱- البته ساختمان همانگونه که میاسبه شده عمل میکند. ولی این نکته را نباید از نظر دور داشت که وظیفه‌ی مهندس در میاسبه‌ی ساختمان تنها تأمین حداکثر اطمینان نیست بلکه باید حد علاج اطمینان را با حداقل هزینه‌ی ساختمان تأمین نماید. با توجه باین وظیفه‌ی اساسی سهندس است که اهمیت دقت در میاسبه‌ی قسمت‌های مختلف ساختمان آشکار میشود، زیرا هرقدر اثر نیروهای وارد بر ساختمان بروی بنا دقیق‌تر میاسبه شود (آنهم بنحوی که مقدار خطا و جهت اضافی یا نقصانی آن معلوم باشد)، هزینه‌ی اضافی میاسبه از راه صرنه‌جوئی در مصالح و کار بر مراتب جبران خواهد گردید. زیرا درصد اضافه دقت در میاسبه بهمان نسبت از هزینه‌ی اسکلت میکاهد که در ساختمانهای بزرگ و پرخرج رقم قابل ملاحظه‌ای را تشکیل میدهد.

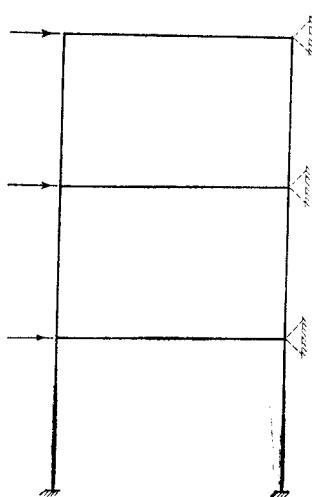
بهانه‌ی منظور نشدن عامل‌های غیرقابل پیش‌بینی در میاسبه‌ها نیز نمیتواند سهندس را از بکار بردن دقت بیشتر معاف کند زیرا اثر عامل‌های پیش‌بینی نشده عملاً در ضریب اطمینانهای که برای مصالح پیش‌بینی شده مسنهولک گردیده است.

با توجه به نکته‌های بالا است که در شماره‌های گذشته و این شماره کوشش شده است که تا حد امکان روشهای پیشنهاد و توضیح شود که از نظر میاسبه‌ی خستگی‌های ساختمان دقت بیشتری را تأمین کند.

معمولًاً به انتهای طبقه‌ها وارد می‌سازیم و همچنین اثر عدم تقارن ساختمان که طبیعتاً حرکت جانبی ایجاد می‌کند منظور نمی‌شود. روش پیشنهادی برای محاسبه اثر توأم نیروهای

افقی و قائم شبیه به رویه‌ی محاسبه لنگر بطریقه‌ی دراس می‌باشد با این تفاوت که طبقه‌ها را آزاد می‌گذاریم تا حرکت جانبی انجام پذیرد.

برای روشن شدن نحوه‌ی عمل لازم است که روش کراس مورد بررسی قرار گیرد.



شکل الف

در روش کراس در «مرحله‌ی اول» فرض می‌شود که گره‌های ساختمان گیردار بوده و امکان دوران و تغییر مکان وجود ندارد، درنتیجه لنگر وارد به انتهای هر تیر معادل می‌شود با لنگر گیرداری بارهای وارد برآن تیر.

در «مرحله‌ی دوم» تک تک گره‌های را با فرض گیردار بودن بقیه‌ی

گره‌ها آزاد می‌کردیم تا لنگر نامتعادل وارد به گره به نسبت $\frac{I}{I}$ ضلع‌های گره بین آنها تقسیم شود و چون انتهای دیگر هر ضلع که به گره آزاد مفروض می‌شود گیردار فرض شده است $\frac{I}{I}$ لنگر حاصل به انتهای ضلع نامبده منتقل می‌گشت. وقتی این عمل برای تمام گره‌های ساختمان تکرار می‌شود، در هر گره لنگر نامتعادل جدیدی بدست می‌آمد که از لنگر نامتعادل اولیه بمراتب نزدیکتر به لنگر متعادل نهائی است. در مرحله‌ی سوم و مرحله‌های بعدی همانگونه که در مرحله‌ی دوم ذکر کردیم عمل کرده و این کار را آنقدر تکرار می‌کردیم تا لنگرها متعادل با دقت مورد لزوم تعیین گردند.

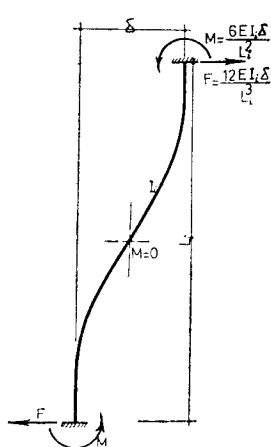
برای متظور داشتن حرکت جانبی - در انتهای هر مرحله از عمل ویرایی هر طبقه از ساختمان حرکتی

جانبی منظور میداریم، تا درنتیجه‌ی آن حرکت میزان برش افقی در آن طبقه معادل مقدار حقیقی شود. طبیعی است که چون در این حالت گره‌ها بدون امکان دوران فرض شده‌اند،

در اثر حرکت جانبی δ_n (برای طبقه n) به طرفین هر یک از m ستون آن طبقه لنگرها می‌باشد متعادل مقدارهای زیر وارد خواهد شد.

(۱)

$$\left\{ \begin{array}{l} M_1 = \frac{E_I I_1 \delta_n}{l_1} \\ \dots \\ M_i = \frac{E_I I_i \delta_n}{l_i} \\ \dots \\ M_m = \frac{E_I I_m \delta_n}{l_m} \end{array} \right.$$



شکل ب

حال اگر F نیروئی باشد که درستون بطول I_i همان لنگر M را بوجود آورد (شکل ب) مقدار آن مساوی خواهد بود با:

$$(2) \quad F_i = \frac{\gamma M_i}{I_i}$$

واگر از رابطه های (۱) و (۲) M_i حذف و F_i را استخراج نمائیم رابطه های زیرنتیجه میشوند:

$$(3) \quad \left\{ \begin{array}{l} F_1 = \frac{12 E_1 I_1 \delta_n}{I_i^r} \\ \dots \dots \dots \\ F_i = \frac{12 E_i I_i \delta_n}{I_i^r} \\ \dots \dots \dots \\ F_m = \frac{12 E_m I_m \delta_n}{I_m^r} \end{array} \right.$$

پس نیروی افقی ای که لازم است تا به طبقه i که مرکب از m ستون میباشد حرکت جانبی ای معادل δ_n بدهد برابر میباشد با :

$$(4) \quad F_N = F_1 + \dots + F_i + \dots + F_m = 12 \delta_n \left(\frac{E_1 I_1}{I_i^r} + \dots + \frac{E_i I_i}{I_i^r} + \dots + \frac{E_m I_m}{I_m^r} \right)$$

که اگر $E_m = \dots = E_i = \dots = E_1 = E$ فرض شود، رابطه (۴) بصورت زیر در می آید:

$$(5) \quad F_N = 12 E \delta_n \left[\frac{I_1}{I_i^r} + \dots + \frac{I_i}{I_i^r} + \dots + \frac{I_m}{I_m^r} \right] = 12 \delta_n \sum_i^m \left(\frac{I_i}{I_i^r} \right)$$

واگر در رابطه های (۳) بجای $12 E \delta_n$ از رابطه (۵) قرار دهیم رابطه های زیر بدست می آید:

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} F_1 = F_N \cdot \frac{\frac{I_1}{I_i^r}}{\sum_i^m \left(\frac{I_i}{I_i^r} \right)} \\ \dots \dots \dots \\ F_i = F_N \cdot \frac{\frac{I_i}{I_i^r}}{\sum_i^m \left(\frac{I_i}{I_i^r} \right)} \\ \dots \dots \dots \\ F_m = F_N \cdot \frac{\frac{I_m}{I_m^r}}{\sum_i^m \left(\frac{I_i}{I_i^r} \right)} \end{array} \right.$$

از رابطه های (۶) نتیجه میشود که با فرض عدم امکان دوران گره ها اگر حرکتی جانبی برای طبقه ای منظور

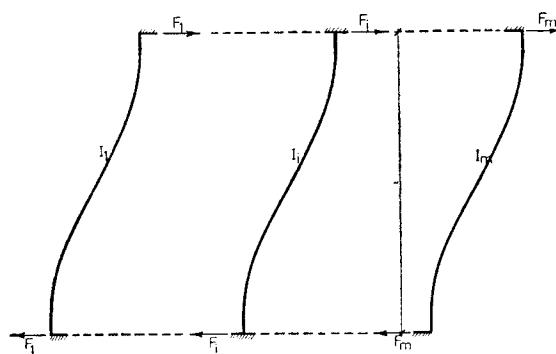
داریم تلاش افقی به نسبت $\frac{I_i}{\sum_{i=1}^m \left(\frac{I_i}{l_i} \right)}$ بین m ستون آن طبقه تقسیم می‌شود.

با توجه به رابطه‌های (۷) و (۸) میتوان چنین نوشت:

$$(7) \quad M_i = F_N \cdot \frac{l_i}{2} \left[\frac{\frac{I_i}{l_i}}{\sum_{i=1}^m \left(\frac{I_i}{l_i} \right)} \right]$$

از روی رابطه (۷) مقدار لنگر M_i به دو طرف هستون وارد آمده و ناشی از منظور داشتن نیروی افقی F_N است بدست می‌آید.

در حالت عمومی که ارتفاع هر طبقه مقدار ثابتی است رابطه‌ی (۷) بصورت ساده‌تر زیر در می‌آید:



شکل ج

$$(8) \quad M_i = F_N \cdot \frac{l_i}{2} \left[\frac{I_i}{\sum (I_i)} \right]$$

باید توجه داشت که برش افقی F_N معادل است با برش حقیقی F_n منتهای برش افقی F_k که در هر مرحله از پخش لنگر با رویه‌ی کراس به طبقه‌ی n وارد می‌شود:

$$(9) \quad F_N = F_n - F_k$$

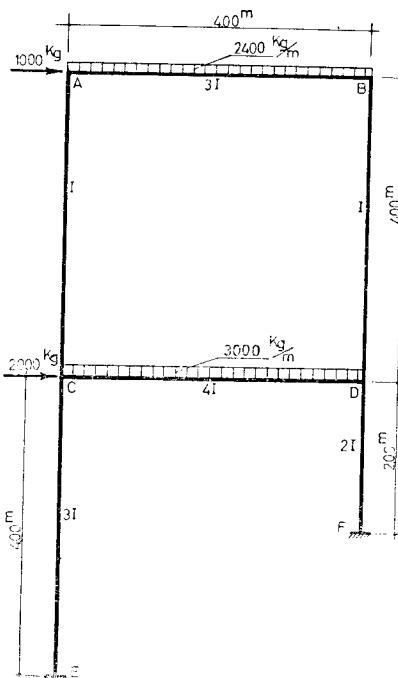
با بدست آوردن مقدار برش افقی F_N در هر طبقه میتوان بکمک فرمول (۷) یا (۸) مقدار لنگر وارد به طرفین ستونهای آن طبقه را در هر مرحله از پخش لنگرها بطریقه‌ی کراس منتها با فرض امکان حرکت جانبی آن طبقه بدست آورد. ضمناً نباید فراموش کرد که مقدار این لنگرها با فرض عدم امکان دوران گره‌ها بدست آمده‌اند و در نتیجه باید در مرحله‌ی بعدی پخش لنگر، وقتی می‌خواهیم گره‌ها را آزاد کنیم، اثر این لنگرها را نیز منظور داریم.

محاسبه‌ی نیروی افقی F_N و لنگر M_i ناشی از آن (برای ستونهای i) در هر مرحله از پخش لنگر بطریقه‌ی کراس (با گیردار فرض شدن تمام گره‌ها) تا وقتی ادامه داده می‌شود که M_i قابل چشم پوشی شود.

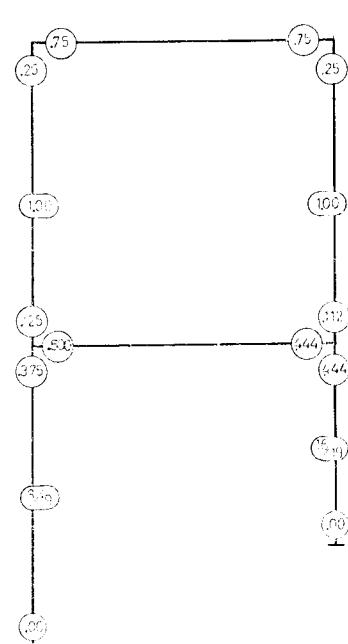
راه عمل

برای روشن شدن مطلب‌های بالا مثال شکل (د) را که در دو شماره‌ی قبل در مقاله‌ای تحت عنوان

«راه جدید حل قابهای هیپراستاتیک» بررسی شد با این روش حل می‌شود:



شکل د



شکل ه

$$\frac{I_j}{\sum \left(\frac{I_j}{l_j^3} \right)}$$

در شمای (ه) نسبت برای هر ضلع در گره‌ها مشخص شده است ضمناً مقدار:

$$\frac{I_i}{2} \cdot \frac{\frac{I_i}{l_i^3}}{\sum \left(\frac{I_i}{l_i^3} \right)}$$

برای ستون‌های هر طبقه محاسبه و در وسط ستونها نوشته شده است.

لنگرهای گیرداری تیرها، ناشی از بارهای قائم را به هر گره وارد کرده و متعادل می‌کنیم و لنگرهای انتقالی را نیز منتقل می‌نمائیم شکل (و I) نتیجه‌ی این محاسبه را نشان میدهد. در شکل (و II) لنگر وارد به انتهای هر ستون محاسبه و در داخل مستطیل‌ها نوشته شده است.

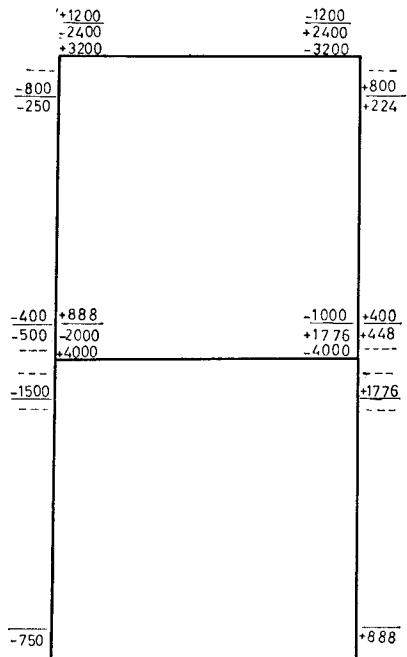
مقدار F_k برای طبقه‌های مختلف بشرح زیر محاسبه می‌شود:

طبقه بالا

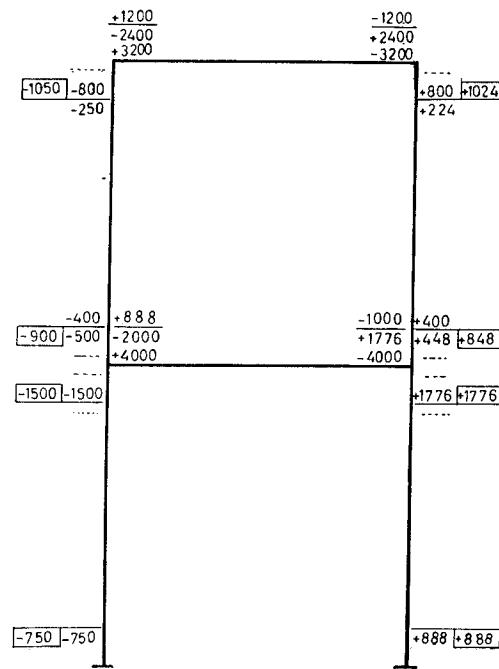
$$F_{1,k} = \frac{-1000 - 900}{4} + \frac{1024 + 848}{4} = -196 \text{ Kg}$$

طبقه پائین

$$F_{2,k} = \frac{-1000 - 700}{4} + \frac{1776 + 888}{2} = 770 \text{ Kg}$$



شکل و I



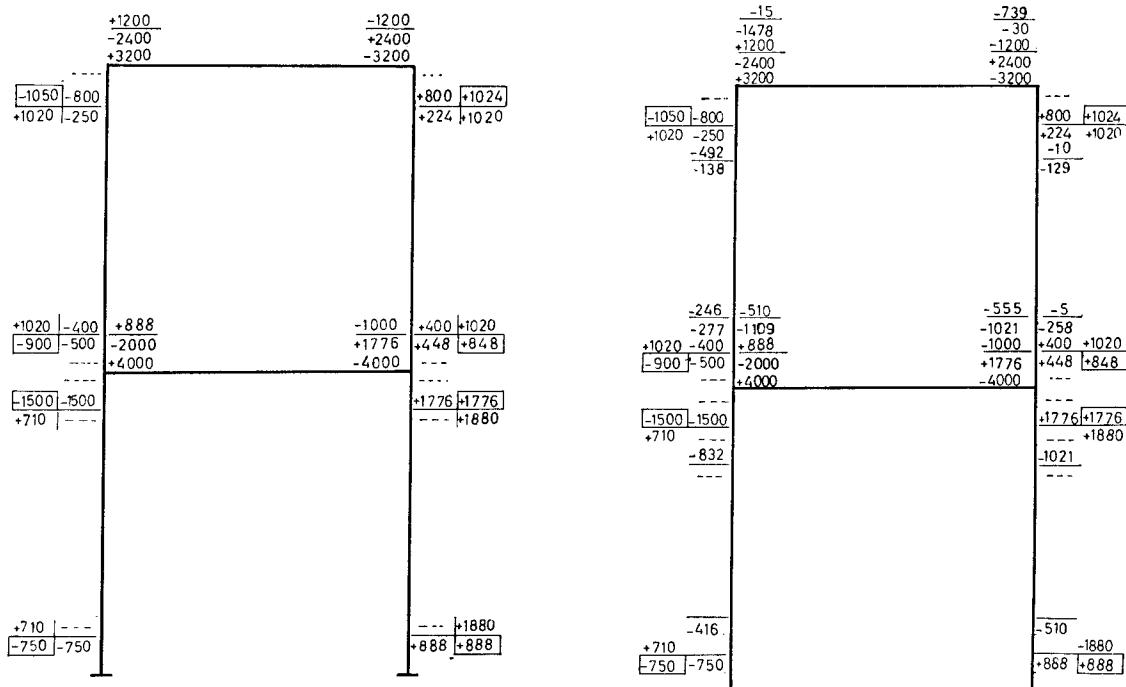
شکل و II

و میزان F_n برای همین طبقه ها مساوی است با :

$$F_{1n} = 1000 \text{ Kg}$$

$$F_{2n} = 1000 + 2000 = 3000 \text{ Kg}$$

بنابراین مقدار F_N برای هر طبقه، بكمک فرمول (۹)، بشرح زیر خواهد شد:



شکل و III

شکل و VI

$$F' = 1000 - (-195) = 10195 \text{ Kg}$$

$$F'' = 3000 - 770 = 2230 \text{ Kg}$$

مقدار لنگروارد به انتهای هرستون با فرض حرکت جانبی برابرخواهد شد با تلاش افقی طبقه ضرب در عددی که در وسط ستون نامبرده در شکل (ه) نوشته شده است. مقدار این لنگرهای در شکل (و III) در زیر مستطیل ها نوشته شده است.

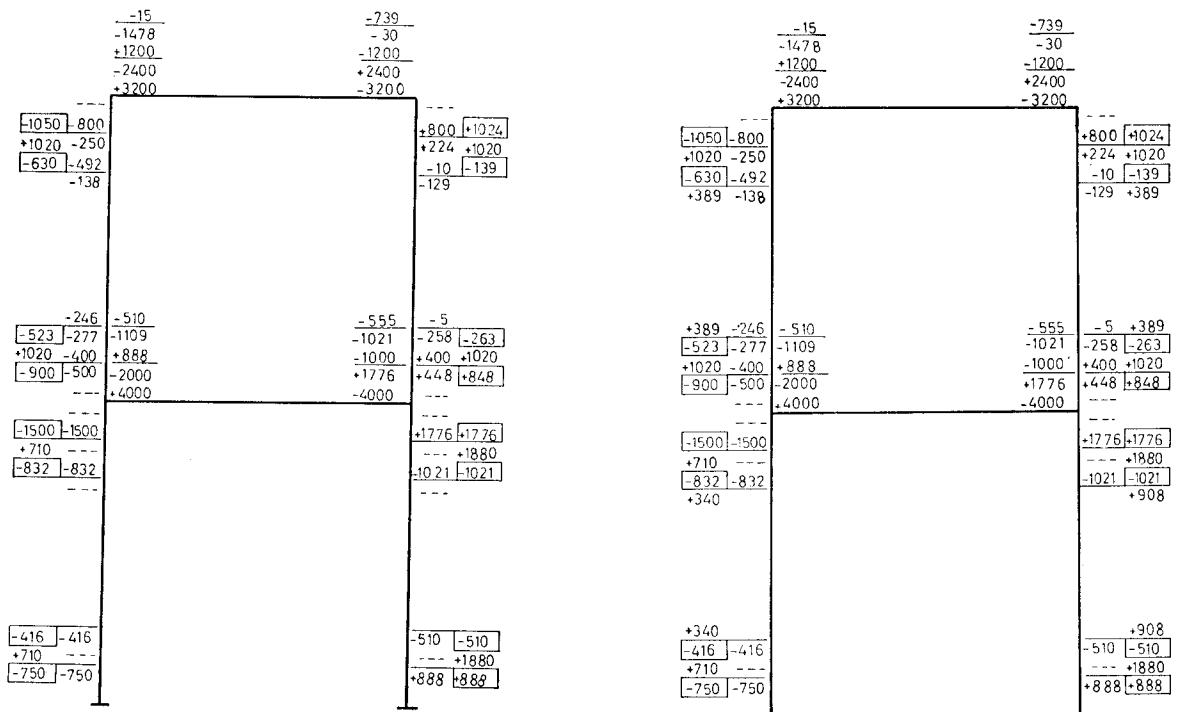
حال جمع جبری این لنگرهای انتقالی و لنگرهای ناشی از حرکت جانبی را پس از تغییر علامت بین ضلع های هر گره تقسیم کرده و نصف نتیجه را منتقل می کنیم (شکل و IV).

طبیعی است که جمع لنگرهایی که جدیداً در محاسبه ها بدست آمده و در مستطیل های شکل (و V) در ردیف دوم و در کنار ستونها نوشته شده است، تعادل قاب را برهم زده و لازم است اثر آنها را صفر کنیم یعنی تلاش افقی که این لنگرهای جدید در قابها ایجاد کرده اند با فرض حرکت جانبی برای قاب ازین برمیم در این حالت برای طبقه های بالا و پائین چنین خواهیم داشت:

$$F'_1 = -F_{1k} = -\left(\frac{-630 - 523}{4} + \frac{-139 - 263}{4}\right) = +389$$

$$F''_1 = -F_{1k} = -\left(\frac{-832 - 400}{4} + \frac{-1021 - 510}{2}\right) = +1078$$

برای بدست آوردن لنگر ناشی از حرکت جانبی طبقه ها کافیست تلاش افقی هر طبقه را در عددی که وسط ستونهای آن طبقه نوشته شده است ضرب نمود. در شکل (و VI) این لنگرهای محاسبه شده و در کنار ستون های نوشته شده است.



شکل و V

شکل و VI

دنیالهی محاسبه مطابق آنچه در مرحله‌ی اخیر گذشت آنقدر ادامه داده می‌شود تا میزان لنگرهای ناشی از حرکت جانبی با توجه بدقتی که در محاسبه مورد نظر بوده است قابل اغماض گردد.

شکل (و VII) ادامه‌ی محاسبه را تا پنج مرحله نشان میدهد و مقدار لنگر وارد به ستونها از جمیع جبری‌ی مقدارهای داخل مستطیل‌ها و عدد هائی که زیر آنها نوشته شده بحسب می‌آید.

+365	-2421
-49	+ 51
+46	- 70
-141	+ 92
+179	- 88
-177	+ 359
-15	- 739
-1478	- 30
-1200	-1200
-2400	+2400
+3200	-3200
[+1050] -800	[+600] [+1024]
[+1020] -250	[+224] [+1020]
[+630] [-492]	-129 [-139]
*389 -138	+120 [+79]
[-57] -59	-41 [+7]
+ 7 + 2	+30 [+15]
[-40] -47	-15 [+12]
+12 + 7	+18 [+18]
[-16] -16	+2421
-365	
-24	+1137
[+ 6] + 6	-5269
+12 -23	+ 1961
[- 9] +14	- 53 [-13]
+ 7 -30	+27 [+12]
[-26] + 4	-122 [-31]
+389 -246	+ 6 [+16]
[-523] -277	-327 [-83]
*1020 -400	-555 [-233]
+888	-1021 [+389]
-2000	-1021 [-263]
+4000	+1000 [+400]
 	+1776 [+448]
 	-4000
[+1500] -1500	+1776 [+1776]
+710	+1880
[-832] -832	-1021 [+1021]
+340	+908
[+ 11] +11	-327 [-327]
+76	+203
[+41] +41	-123 [-123]
+24	+ 65
[+18] +18	-53 [-53]
-1112	+3308
+18	+3184
[+ 9] + 9	-26 [-26]
+24	+ 66
[-20] +20	-61 [-61]
+26	-203
[+ 5] + 5	-163 [-163]
340	+908
[-416] -416	-510 [-510]
+710	+1880
[-750] -750	+888 [+888]

شکل و VII

سهولتی که تساوی ارتفاع ستونهای هر طبقه در امر محاسبه ایجاد می‌کند

قبل اذکر شد که اگر ارتفاع ستونهای یک طبقه ثابت باشد برای محاسبه‌ی لنگر ناشی از حرکت جانبی می‌توان از فرمول ساده‌تر (۸) استفاده کرد. اگر در رابطه‌ی (۸) بجای F_N مقدار آنرا از رابطه‌ی (۹) قرار دهیم نتیجه می‌شود:

$$M_i = \frac{1}{2} (F_n + 1 - F_k + 1) \frac{I_i}{\sum I_i}$$

مقدار $F_k + 1$ مجموع لنگرهای وارد به دو طرف ستونهای هر طبقه بوده و $F_n + 1$ برابر حاصلضرب تلاش افقی طبقه در ارتفاع طبقه می‌باشد. لذا در حالتیکه ارتفاع ستونهای یک طبقه ثابت باشد احتیاجی به محاسبه‌ی

تلاش افقی در هر مورد نیست و کافیست در وحله اول مجموع لنگرهای وارد به دو طرف ستونهای طبقه را که در مرحله‌ی اول پخش کراس بدست آمده، محاسبه کرد و از میزان $F_n \cdot 1$ آن طبقه کسر نمود و نصف حاصل را بین ستونها به نسبت $\frac{I_i}{\sum I_i}$ های هر یک، تقسیم و آنرا به دو سر ستونها داد. در مرحله‌های بعد نصف مجموع لنگرهای را که در مرحله‌ی پیش متعادل شده و به ستونها انتقال یافته است برای هر طبقه تعیین می‌کنیم و پس از تغییر علامت به نسبت $\frac{I_i}{\sum I_i}$ بین ستونها آن طبقه تقسیم و برای هر طرف ستون مربوطه منظور میداریم تا اثر تلاش افقی در این مرحله نیز ازین برود.

برای زودتر رسیدن به نتیجه ممکن است ضرائیب بدست آورده که اگر فرصت باشد در شماره‌های آینده مورد بررسی قرار خواهیم داد.