فرمول بندی عمومی شبکه تیرهای متقاطع

نوشته‌ی

دکتر خسرو کریم‌پناهی

دانشکدهٔ فنی

درشماره ۵ این‌مجله فرمولهای عمومی شبکه تیرهای متقاطع را بصورت زیر تنظیم کردیم:

$$
\begin{aligned}
\|\Pi\| &= \|V\|\,\left|\tfrac{1}{S}\right| + |\beta_1|\,\|V\| + \|\Phi\|\,|X| + |\beta_2|\,\|\Theta\|\,|Y| \\
\|\Omega\| &= \|V\|\,|X|^t + \|\phi\|\,\left|\tfrac{1}{R}\right| + |\varepsilon|\,\|\phi\| \\
\|\Lambda\| &= |\beta_2|^t\,\|V\|\,|Y|^t + \|\Theta\|\,\left|\tfrac{1}{T}\right| + |\varsigma|\,\|\Theta\|
\end{aligned}
\qquad (۲۳)
$$

اکنون بقیه مقاله شامل نکات عملی‌را بنظر خوانندگان محترم میرسانیم.

۱ـ ۷ـ حالت مخصوص ـ مقاومت درمقابل پیچش قابل صرفنظر

هنگامیکه مقاومت تیرها درمقابل پیچش قابل صرفنظر باشد یا بعبارت دیگر تغییرشکلهای ناشی‌از پیچش درمقابل تغییرشکهای ناشی‌از خمش کوچک باشند داریم:

$$
\begin{aligned}
|\delta| &= |0| \quad \text{و یا} \quad |1/T| = |0| \\
|\varepsilon| &= |0|
\end{aligned}
\qquad (۲٤)
$$

درعمل غالباً بارهای وارد به‌سیستم فقط بارهای قائم‌اند. در این‌حالت میتوان بطریق مخصوصی سیستم بارهای معادل وارد به گره‌ها را نوعی تعیین کرد که فقط شامل بارهای قائم‌باشد.

برای این‌منظور فرض تقریبی زیر را قبول میکنیم که بارهای وارد بشبکه فقط روی تیرهای اصلی وارد شده‌اند. باتوجه باین‌فرض‌میتوان تغییرمکانهای گره‌های تیرهای اصلی‌جدا شده از سیستم‌را بدست‌آورد. فرض کنیم ماتریس $\|\bar{v}\|$ ماتریس تغییرمکانهای گره‌های تیرهای اصلی جدا شده ازسیستم باشد درحالتی که

مقاومت تیرها درمقابل پیچش کم باشد ، تقسیم اثر بارها روی تیرهای شبکه فقط به تغییرمکان قائم بارها بستگی دارد.

سیستم بارهای‌معادلی که فقط ازبارهای قائم واردبگره‌ها تشکیل شوددارای فرمول زیر است:

$$\left\| \mathscr{P} \right\| = \left\| \mathrm{v} \right\| \left\| \alpha_1 \right\|$$

درصورتیکه بجای بارهای معادل مقدار فوق را قرار دهیم داریم :

$$\left\| M \right\| = \left\| M' \right\| = \left\| M'' \right\| = \left\| 0 \right\| \qquad (۲۵)$$
$$\left\| \mathcal{M} \right\| = \left\| \mathcal{M}' \right\| = \left\| \mathcal{M}'' \right\| = \left\| 0 \right\|$$

باتوجه بروابط (۲۴) و (۲۵) روابط (۲۳) بصورت سادهٔ زیر درمیآیند.

$$\left\| \pi \right\| = \left\| \mathrm{v} \right\| \left\| \frac{1}{S} \right\| + \left\| \beta_1 \right\| \left\| V \right\| \qquad (۲۶)$$

رابطه فوق فرمول‌عمومی شبکه تیرهای متقاطع، بامقاومت درمقابل پیچش ناچیز ، را نشان میدهد؛ بااندکی دقت متوجه میشویم که رابطهٔ فوق چیزی جز فرمول تیرهای فرعی متکی‌بر تکیه گاههای ارتجاعی، باضریب ارتجاعی S ، و تحت اثر نیروهای $\left\| \pi \right\|$ ، نیست.

دراینحالت طریقه سادهٔ محاسبه عبارتست ازاینکه : ابتدا بارهای $\left\| \pi \right\| = \left\| P \right\| \left\| Q \right\|^t$ و بعد تغییر مکانهای V تیرهای فرعی‌متکی برتکیه گاههای ارتجاعی باضریب ارتجاعی S (مقادیرخاص ماتریس $\left| a_1 \right|$) زیر اثر بارهای π را حساب‌میکنند. تغییرمکانهای گره‌های شبکه هاازفرمول $\left\| \mathrm{v} \right\| = \left\| V \right\| \left\| Q \right\|$ بدست‌میآید.

درصورتیکه مقادیر S طوری نام گذاری شده‌باشند که $S_1 < S_2 \ldots < S_n$ باشد درمحاسبه مقادیر V میتوان تکیه گاههای ناشی‌ازآخرین‌مقادیر S را که بترتیب بزرگ‌شده‌اند (هرچه S بزرگتر باشد تکیه گاهها سخت‌تر و بیشتر شبیه تکیه گاههای معمولی هستند) بمنزلهٔ تکیه گاههای ساده گرفت . دراینحالت تیرهای فرعی بصورت تیرهای یکسره محاسبه میشود.

شبکه تیرهای متقاطع غیرمتشابه با لنگراینرسی متناسب

در اینجا حالت کلی‌تری از شبکه تیرهای متقاطع را مورد مطالعه قرار میدهیم . در اینحالت تیرها شبیه یکدیگر نیستند ولی فرض میشود که تغییرات لنگراینرسی از یک‌تیر به تیر دیگر متناسب باشد . دراین محاسبات سعی میکنیم که مسئله را بحالت قبل برگردانیم.

۲ـ ۱ـ مشخصات تیرهای‌اصلی

فرض کنیم که ضریب‌تناسب مشخصات‌تیر A^j نسبت به‌تیر معرف A مساوی λ^j باشد در صورتیکه فرمولهای‌مشخصه‌تیر A همان‌فرمولهای(۳)باشندروابطی که کمیتهای‌متغیرهای‌تنشی‌رانسبت‌بمتغیرهای‌وضعی برای تیر A^j نشان میدهند بصورت زیرند:

$$[P] = \lambda^j\,[v]\,\boxed{\alpha_1} + \lambda^j[\varphi]\,\boxed{\alpha_2}$$

$$[M] = \lambda^j\,[v]\boxed{\alpha_2}^t + \lambda^j[\varphi]\,\boxed{\gamma}$$

$$[\mathscr{M}] = \lambda^j\,[\theta]\,\boxed{\delta}$$

فرمولهای (۷) نیز بصورت زیر درمیآیند:

$$\begin{aligned} \|P'\| &= \boxed{\lambda}\,\|v\|\,\boxed{\alpha_1} + \boxed{\lambda}\,\|\varphi\|\,\boxed{\alpha_2} \\ \|M'\| &= \boxed{\lambda}\,\|v\|\,\boxed{\alpha_2}^t + \boxed{\lambda}\,\|\varphi\|\,\boxed{\gamma} \\ \|\mathscr{M}'\| &= \boxed{\lambda}\,\|\theta\|\,\boxed{\delta} \end{aligned} \qquad (۲۷)$$

که درآن ماتریس $\|\lambda\|$ ماتریس‌قطری به‌ابعاد $m \times m$ است که از λ^j ها بصورت زیر تشکیل میشود:

$$\|\lambda\| = \begin{vmatrix} \lambda_1 & & & & O \\ & \lambda_2 & & & \\ & & \lambda_3 & & \\ & & & \ddots & \\ O & & & & \lambda_m \end{vmatrix}$$

۲-۲- مشخصات تیرهای فرعی

فرض کنیم ضریب تناسب مشخصات تیر B_i نسبت به مشخصات تیر معرف B مساوی μ_i باشد.
فرمولهای نظیر (۶) برای این تیرها بصورت زیر درمیآیند:

$$\{P''\} = \boxed{\beta_1}\{v\}\mu_i + \boxed{\beta_2}\{\theta\}\mu_i$$

$$\{M''\} = \boxed{\varepsilon}\{\varphi\}\mu_i$$

$$\{\mathscr{M}''\} = \boxed{\beta_2}^t\{v\}\mu_i + \boxed{\zeta}\{\theta\}\mu_i$$

فرمولهای نظیر روابط (۸) بصورت زیر خواهند بود:

$$\begin{aligned} \|P''\| &= \boxed{\beta_1}\,\|v\|\,\boxed{\mu} + \boxed{\beta}\,\|\theta\|\,\boxed{\mu} \\ \|M''\| &= \boxed{\varepsilon}\,\|\varphi\|\,\boxed{\mu} \\ \|\mathscr{M}''\| &= \boxed{\beta_2}^t\,\|v\|\,\boxed{\mu} + \boxed{\zeta}\,\|\theta\|\,\boxed{\mu} \end{aligned} \qquad (۲۸)$$

۲-۳- معادلات تعادل

دراینحالت معادلات تعادل بصورت زیر درمیآیند:

$$[P] = [\lambda][\nu][\alpha_1] + [\beta_1][V][\mu] + [\lambda][\varphi][\alpha_2] + [\beta_2][\Theta][\mu]$$
(۲۹) $$[M]\ [\lambda][\nu][\alpha_2]^t + [\lambda][\varphi][\gamma] + [\varepsilon][\varphi][\mu]$$
$$[\mathcal{M}] = [\beta_2]^t[\nu][\mu] + [\lambda][\theta][\delta] + [\varphi][\theta][\mu]$$

اکنون ماتریسهای قطری‌شده‌ی ماتریس‌های $[\mu][a_1]$, $[\mu][\Gamma]$, $[\mu][\Delta]$ را بترتیب $[S]$, $[R]$ و $[T]$ وماتریس‌های بردارهای‌خاص‌آنها رابترتیب $[Q]$, $[N]$, $[\mathcal{N}]$ (تشکیل‌شده از مؤلفه های بردارهای خاص) سینامیم . چنانکه میدانیم داریم:

(۳۰)
$$[Q][\alpha_1] = [1/S][Q][\mu]$$
$$[N][\gamma] = [1/R][N][\mu]$$
$$[\mathcal{N}][\delta] = [1/T][\mathcal{N}][\mu]$$

اکنون متغیرهای تنشی را بترتیب زیر تجزیه میکنیم:

$$[P] = [\Pi][Q][\mu]$$
$$[M] = [\Omega][N][\mu]$$
$$[\mathcal{M}] = [\Lambda][\mathcal{N}][\mu]$$

ازآن نتیجه میشود :

(۳۱)
$$[\Pi] = [P][1/\mu][Q]^t$$
$$[\Omega] = [M][1/\mu][N]^t$$
$$[\Lambda] = [\mathcal{M}][1/\mu][\mathcal{N}]^t$$

بهمان‌ترتیب برای متغیرهای وضعی داریم:

(۳۲)
$$[\nu] = [V][Q]$$
$$[\varphi] = [\Phi][N]$$
$$[\theta] = [\Theta][\mathcal{N}]$$

باتوجه بروابط (۳۰) ، (۳۱) و (۳۲) معادلات تعادل بصورت زیر درمی‌آیند:

(۳۳)
$$[\Pi] = [\lambda][V][1/S] + [\beta_1][V] + [\lambda][\Phi][N][\alpha_2][1/\mu][Q]^t + [\beta_2][\Theta][\mathcal{N}][Q]^t$$
$$[\Omega] = [\lambda][V][Q][\alpha_2]^t[1/\mu][N]^t + [\lambda][\Phi][1/R] + [\varepsilon][\Phi]$$
$$[\Lambda] = [\beta_2]^t[V][Q][\mathcal{N}]^t + [\lambda][\Theta][1/T] + [\varepsilon][\Theta]$$

تفسیر فیزیکی روابط بالا را میتوان چنین بیان کرد : مؤلفه‌های متغیرهای وضعی (طبق فرمولهای ۳۲) سیستم تیرهای مشبک اصلی زیر بارهای وارده مساویند بامتغیرهای وضعی تیرمعرف B روی تکیه گاههای ارتجاعی بضریب ارتجاعی برای نشست $\frac{\lambda^j}{S_i}$ ، برای پیچش $\frac{\lambda^j}{R_i}$ و برای خمش $\frac{\lambda^j}{T_i}$ ، تحت اثر بارهای π و Ω و ۸ (که مؤلفه‌های بارهای اصلی برحسب فرمولهای ۳۱ هستند).

البته چنانکه دیده میشود ضرائب تأثیرمتقابل بین نشست وخمش و پیچش ضرائب بغرنجی هستند.

۲-٤- حالت خاص- مقاومت درمقابل پیچش ناچیز

دراینحالت داریم :

$$\boxed{\delta} = \boxed{0} \longrightarrow \boxed{1/T} = \boxed{0}$$

$$\boxed{\varepsilon} = \boxed{0}$$

درصورتیکه داشته باشیم $\boxed{M} = \boxed{0}$ و $\boxed{M} = \boxed{0}$ معادلات تعادل بصورت زیر ساده میشوند :

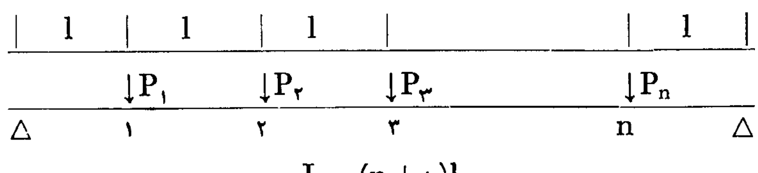
$$\boxed{\pi} = \boxed{\lambda}\ \boxed{V}\ \boxed{1/S} + \boxed{\beta_1}\ \boxed{V}$$

دراینجا نیز میتوان گفت که مولفه‌های تغییر مکانهای قائم (طبق فرمولهای ۳۲) سیستم تیرهای مشبک زیربارهای وارده مساویند بامتغیرهای وضعی تیر معرف B روی تکیه گاههای ارتجاعی باضریب ارتجاعی برای نشست مساوی $\frac{\lambda^j}{S_i}$ زیر اثر بارهای π

۳- محاسبه ماتریسهای ضرائب تأثیر

۳-۱- ماتریس $\boxed{a_1}$

درزیر ماتریس $\boxed{a_1}$ را برای تیری که روی دوتکیه گاه ساده قرار گرفته و گره‌ها تیررا به n+۱ قسمت مساوی تقسیم کرده باشند شرح میدهیم:



$$L = (n+1)l$$

درصورتیکه $k = \frac{EI}{l}$ گرفته شده اجزاء $(a_1)_i^j$ ازماتریس فوق را میتوان باکمک معادلات منحنی تأثیر تغییرمکان مقطع x زیر اثر بار قائم واحد وارد در مقطع α ، که بصورت زیرند بدست آورد .

$$a_1(\alpha, x) = \begin{cases} \frac{1}{6EI}\ \frac{x(L-\alpha)}{L}\ [\alpha(2L-\alpha) - x^2] & \text{برای} \quad x \leqslant \alpha \\ \frac{1}{6EI}\ \frac{\alpha(L-x)}{L}\ [x(2L-x) - \alpha^2] & \text{برای} \quad x \geqslant \alpha \end{cases} \qquad (34)$$

هنگامیکه $x=il$ و $\alpha=jl$ باشد روابط فوق بصورت زیر درمی‌آیند.

$$(a_1)_i^j=\begin{cases}\dfrac{l^2}{6k}\,\dfrac{i(n+1-j)}{n+1}\,[j(2n+2-j)-i^2] & \text{برای} \quad i\leqslant j\\[2ex] \dfrac{l^2}{6k}\,\dfrac{j(n+1-i)}{n+1}\,[i(2n+2-i)-j^2] & \text{برای} \quad i\geqslant j\end{cases} \qquad (۳۵)$$

پس از محاسبه نتایج زیر بدست می‌آید:

- برای $n=1$

$$\overline{|a_1|}=\frac{l^2}{6k}$$

- برای $n=2$

$$\overline{|a_1|}=\frac{l^2}{18k}\begin{vmatrix}8 & 7\\ 7 & 8\end{vmatrix}$$

- برای $n=3$

$$\overline{|a_1|}=\frac{l^2}{12k}\begin{vmatrix}9 & 11 & 7\\ 11 & 16 & 11\\ 7 & 11 & 19\end{vmatrix}$$

- برای $n=4$

$$\overline{|a_1|}=\frac{l^2}{30k}\begin{vmatrix}32 & 45 & 40 & 23\\ 45 & 72 & 68 & 40\\ 40 & 68 & 72 & 45\\ 23 & 40 & 45 & 32\end{vmatrix}$$

- برای $n=5$

$$\overline{|a_1|}=\frac{l^2}{18k}\begin{vmatrix}25 & 38 & 39 & 31 & 17\\ 38 & 64 & 69 & 56 & 31\\ 35 & 69 & 81 & 69 & 39\\ 31 & 56 & 69 & 64 & 38\\ 17 & 31 & 39 & 38 & 25\end{vmatrix}$$

- برای $n=6$

$$|a_1| = \frac{l^2}{42k}\begin{vmatrix} 72 & 115 & 128 & 117 & 88 & 47 \\ 115 & 200 & 232 & 216 & 164 & 88 \\ 128 & 232 & 288 & 279 & 216 & 117 \\ 117 & 216 & 279 & 288 & 232 & 128 \\ 88 & 164 & 216 & 232 & 200 & 115 \\ 47 & 88 & 117 & 128 & 115 & 72 \end{vmatrix}$$

۳-۲- ماتریس $|a_2|$

اجزاء $(a_2)^j_i$ از ماتریس فوق‌را میتوان بکمک معادلات منحنی‌تأثیر دوران مقطع x دراثر بار واحد وارد درمقطع α ، که بصورت زیرند ، بدست‌آورد .

$$a_2(\alpha\,,x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{6EI}\,\dfrac{L-\alpha}{L}\,[\alpha(2L-\alpha)-3x^2] & \text{برای}\quad x\leq\alpha \\ \dfrac{1}{6EI}\,\dfrac{\alpha}{L}\,[L^2-\alpha^2-3(l-x)^2] & \text{برای}\quad x\geq\alpha \end{cases} \qquad (۳۶)$$

هنگامیکه $x=il$ و $\alpha=jl$ و $L=(n+1)l$ باشد روابط فوق بصورت زیر درمیآیند .

$$(a_2)^j_i=\begin{cases} -\dfrac{l}{6k}\,\dfrac{n+1-j}{n+1}\,[j(2n+2-j)-3i^2] & \text{برای}\quad i\leqslant j \\ \dfrac{l}{6k}\,\dfrac{j}{n+1}\,[(n+1)^2-j^2-3(n+1-i)^2] & \text{برای}\quad i\geqslant j \end{cases} \qquad (۳۷)$$

پس ازمحاسبه نتایج زیر بدست می‌آید :

- برای $n=1$

$$|a_2| = 0$$

- برای $n=2$

$$|a_2| = \frac{l}{18k}\begin{vmatrix} -4 & -5 \\ 5 & 4 \end{vmatrix}$$

- برای $n=3$

$$|a_2| = \frac{l}{24k}\begin{vmatrix} -12 & -18 & -12 \\ 3 & 0 & -3 \\ 12 & 18 & 12 \end{vmatrix}$$

- برای $n=۴$

$$\boxed{a_{۲}}^{t}=\frac{۱}{۳۰k}\begin{vmatrix} -۲۴ & -۳۹ & -۳۶ & -۲۱ \\ -۳ & -۱۲ & -۱۸ & -۱۲ \\ ۱۲ & ۱۸ & ۱۲ & ۳ \\ ۲۱ & ۳۶ & ۳۹ & ۲۴ \end{vmatrix}$$

- برای $n=۵$

$$\boxed{a_{۲}}^{t}=\frac{۱}{۳۶k}\begin{vmatrix} -۴۰ & -۶۸ & -۷۲ & -۵۸ & -۳۲ \\ -۱۳ & -۳۲ & -۴۵ & -۴۰ & -۲۳ \\ ۸ & ۱۰ & ۰ & -۱۰ & -۸ \\ ۲۳ & ۴۰ & ۴۵ & ۳۲ & ۱۳ \\ ۳۲ & ۵۸ & ۷۲ & ۶۸ & ۴۰ \end{vmatrix}$$

- برای $n=۶$

$$\boxed{a_{۲}}=\frac{۱}{۴۲k}\begin{vmatrix} -۶۰ & -۱۰۵ & -۱۲۰ & -۱۱۱ & -۸۴ & -۴۵ \\ -۲۷ & -۶۰ & -۸۴ & -۸۴ & -۶۶ & -۳۶ \\ ۰ & -۳ & -۲۴ & -۳۹ & -۳۶ & -۲۱ \\ ۲۱ & ۳۶ & ۳۹ & ۲۴ & ۳ & ۰ \\ ۳۶ & ۶۶ & ۸۴ & ۸۴ & ۶۰ & ۲۷ \\ ۴۵ & ۸۴ & ۱۱۱ & ۱۲۰ & ۱۰۵ & ۶۰ \end{vmatrix}$$

۳ـ ۳ـ ماتریس $\boxed{\Gamma}$

چنانکه میدانیم منحنی تأثیر یک اثر الاستیک $\mathscr{F}'$ در مقطع x زیر تأثیر لنگر واحد در مقطع α مساوی منهای مشتق منحنی تأثیر همان اثر الاستیک $\mathscr{F}$ در مقطع x زیر تأثیر نیروی قائم واحد در مقطع α نسبت به α میباشد یا بعبارت دیگر :

$$\mathscr{F}'=-\frac{d\mathscr{F}}{d\alpha}$$

هنگامیکه این اثر الاستیک تغییرمکان قائم مقطع x باشد باید ازروابط (۳٤) مشتق گرفت چنانکه میدانیم طبق قضیه ماکسول نتیجه حاصله همان $y_{۲}(x\,,\alpha)$ خواهد بود. پس ازمحاسبه ماتریس تأثیر تغییر مکانهای قائم زیراثر لنگر واحد $\boxed{\Gamma}$ مساوی $\boxed{a_{۲}}^{t}$ بدست میآید.

هنگامیکه منظورازاثر الاستیک دوران مقطع x زیراثرلنگر واحد واقع درمقطع α باشد، باید از روابط (۳۶) نسبت به α مشتق گرفت. نتیجه حاصله بصورت زیر است :

$$\Gamma(\alpha\,,x)=\begin{cases}\dfrac{1}{6EIL}\left[L^2-3(L-\alpha)^2-3x^2\right] & \text{برای } x\leqslant\alpha\\[2ex] \dfrac{1}{6EIL}\left[L^2-3\alpha^2-3(L-x)^2\right] & \text{برای } x\geqslant\alpha\end{cases}\qquad(۲۸)$$

درصورتیکه $x=il$ و $\alpha=jl$ و $L(n+1)l$ باشد روابط فوق بصورت زیر درمی‌آیند :

$$(\Gamma)_i^j=\begin{cases}\dfrac{1}{6k}\,\dfrac{1}{n+1}\left[(n+1)^2-3(n+1-j)^2-3i^2\right] & \text{برای } i\leqslant j\\[2ex] \dfrac{1}{6k}\,\dfrac{1}{n+1}\left[n+1)^2-3j^2-3(n+1-i)^2\right] & \text{برای } i\geqslant j\end{cases}\qquad(۲۹)$$

پس ازمحاسبه نتایج زیر بدست میآید :

- برای $n=1$

$$\boxed{\Gamma}=-\frac{1}{6k}$$

- برای $n=2$

$$\boxed{\Gamma}=\frac{1}{6k}\begin{vmatrix}-2 & 1\\ 1 & -2\end{vmatrix}$$

- برای $n=3$

$$\boxed{\Gamma}=\frac{1}{24k}\begin{vmatrix}-14 & 1 & 10\\ 1 & -8 & 1\\ 10 & 1 & -14\end{vmatrix}$$

- برای $n=4$

$$\boxed{\Gamma}=\frac{1}{30k}\begin{vmatrix}-26 & -5 & 10 & 19\\ -5 & -14 & 1 & 10\\ 10 & 1 & -14 & -5\\ 19 & 10 & -5 & -26\end{vmatrix}$$

- برای $n=5$

$$\boxed{\Gamma}=\frac{1}{36k}\begin{vmatrix}-42 & -15 & 6 & 21 & 30\\ -15 & -24 & -3 & 12 & 21\\ 6 & -3 & -18 & -3 & 6\\ 21 & 12 & -3 & -24 & -15\\ 30 & 21 & 6 & -15 & -42\end{vmatrix}$$

- برای $n=6$

$$\boxed{\Gamma} = \frac{1}{42k}\begin{vmatrix} -62 & -29 & -2 & 19 & 34 & 43 \\ -29 & -38 & -11 & 10 & 25 & 34 \\ -2 & -11 & -26 & -5 & 10 & 19 \\ 19 & 10 & -5 & -26 & -11 & -2 \\ 34 & 25 & 10 & -11 & -38 & -29 \\ 43 & 34 & 19 & -2 & -29 & -62 \end{vmatrix}$$

درصورتیکه تیرهای‌فرعی‌بفواصل‌مساوی قرارنگرفته باشند با کمک منحنی‌های‌تأثیر میتوان همچنان ماتریس‌های تأثیر را حساب نمود . برای محاسبه تیرهای یکسره روی تکیه گاههای ارتجاعی جداولی در ادبیات فنی موجود است که محاسبات را ساده میکند.