

# کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی تحت فشار محوری

محمود شریعتی<sup>۱\*</sup> و مسعود مهدی زاده رخی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شاهرود

<sup>۲</sup> دانشجوی دکتری مکانیک دانشکده مهندسی مکانیک - دانشگاه صنعتی شاهرود

(تاریخ دریافت ۸۶/۶/۱۰، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۷/۳/۲۱، تاریخ تصویب ۸۷/۴/۲۲)

## چکیده

درک چگونگی تأثیر گشودگی روی ظرفیت تحمل بار و رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای یک مسئله اساسی در طراحی اجزای سازه‌های به کار رفته در اتومبیل‌ها، هواپیماها و نیز سازه‌های دریایی می‌باشد. در این مقاله شبیه سازی و تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای فولادی با طول‌های متفاوت، شامل گشودگی شبه بیضوی، تحت بار فشاری محوری با استفاده از روش عددی اجزای محدود انجام شده و تأثیر اندازه و زاویه گشودگی و نسبت طول به قطر در رفتار کمانش و پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای بررسی شده است. هم چنین برای چندین نمونه، آزمایش کمانش توسط یک دستگاه سرو هیدرولیک INSTRON 8802 انجام شد و نتایج به دست آمده از آزمایش‌های تجربی با نتایج عددی مقایسه شدند. مطابقت بسیار خوبی بین نتایج به دست آمده از شبیه سازی عددی و نتایج تجربی مشاهده گردید. در نهایت با توجه به نتایج تجربی و عددی روابطی برای یافتن بار کمانش این گونه سازه‌ها ارائه شده است.

**واژه‌های کلیدی:** کمانش، پوسته‌های استوانه‌ای، گشودگی شبه بیضوی، روش اجزای محدود، روش تجربی

## مقدمه

$$N_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left(\frac{t^2}{R}\right) \quad (1)$$

که در آن E مدول یانگ،  $\nu$  نسبت پواسون، t ضخامت پوسته و R شعاع پوسته می باشد. باید توجه داشت که این معادله جواب مناسبی برای پوسته‌های نازک بدون گشودگی با نسبت  $L/R \leq 5$  به دست می‌دهد [۴]. ضمن این که برای پوسته‌های با ضخامت متوسط ( $R/t < 50$ ) نیز اغلب مقداری بیشتر از بار کمانش واقعی را نشان می‌دهد به طوری که پوسته قبل از رسیدن به این بار دچار کمانش می‌شود. Van Dyke [۵] توزیع تنش را حول یک سوراخ در پوسته استوانه‌ای، تحت بارگذاری محوری، پیش‌بینی و فشار داخلی، به دست آورد. Tennyson [۶] یک مطالعه تجربی روی تأثیر گشودگی دایره‌ای در کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تحت فشار محوری با نسبت شعاع به ضخامت ۱۶۲ تا ۳۳۱ انجام داد. و بار کمانش تجربی به دست آمده را با نتایج تحلیلی Van Dyke مقایسه نمود و از جمله مقالاتی است که آزمایش‌های عملی روی استوانه‌های دارای گشودگی را انجام داده است. Brogan و Almorh [۷] تأثیر گشودگی‌های مستطیلی تقویت شده روی بار کمانش پوسته‌های استوانه-

پوسته‌های استوانه‌ای اغلب در سازه‌های مهندسی مانند هواپیماها، موشک‌ها، مخازن، خطوط لوله، اتومبیل‌ها و بعضی از سازه‌های زیردریایی به کار می‌روند. این اجزا در طول عمر خود ممکن است تحت بارهای محوری فشاری قرار گرفته و دچار کمانش شوند. به علاوه، این اجزا اغلب در بعضی قسمت‌ها نا پیوستگی‌هایی مانند گشودگی‌ها دارند که این نا پیوستگی‌ها می‌توانند در پایداری سازه‌ها تأثیر گذار باشند.

مسئله کمانش پوسته‌های استوانه‌ای، بیش از یک قرن است که مورد توجه محققین بسیاری قرار گرفته است. در ابتدا محققین روی تعیین بار کمانش در محدوده الاستیک خطی متمرکز شده بودند، اما به سرعت دریافتند که بار کمانش به دست آمده، از مشاهدات تجربی بیشتر می‌باشد. تحقیقات تجربی [۱] و [۲] ثابت کرد که ظرفیت کمانش پوسته‌های استوانه‌ای نازک بسیار کمتر از مقدار پیش‌بینی شده توسط تئوری کلاسیک است [۳]. از تئوری کلاسیک می‌توان برای پیش‌بینی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای نازک تحت بار فشاری محوری یک نواخت، با به کار بردن فرمول زیر، استفاده کرد:

تر از تحلیل های سنتی خطی است. به طور مشابه Tafreshi [۱۳] نیز مطالعات عددی را روی رفتار کمانش و پس کمانش پوسته های استوانه ای کامپوزیتی هشت لایه  $s[45,0,90]_{\pm}$ ، با گشودگی مستطیلی، تحت بارهای فشاری محوری و فشار داخلی با استفاده از نرم افزار ABAQUS انجام داد. وی تأثیر اندازه و جهت گشودگی ها را مطالعه نمود و دریافت که افزایش فشار داخلی موجب افزایش ظرفیت تحمل در برابر کمانش می شود. Haipeng Han [۱۴] و همکارانش با استفاده از تحلیل های عددی غیر خطی و به کمک نرم افزار ANSYS تأثیر ابعاد و موقعیت گشودگی های مربعی شکل روی پوسته های استوانه ای با ضخامت نازک و متوسط، با طول های مختلف را بررسی کردند و نیز به کمک آزمایش های تجربی نتایج به دست آمده برای پوسته های با ضخامت متوسط را مقایسه و در نهایت یک سری روابط پارامتری را براساس نتایج به دست آمده از تحلیل های تجربی و عددی و به کمک روش رگرسیون حداقل مربعات، ارائه نمودند.

در این مقاله سعی شده با استفاده از نرم افزار اجزای محدود ABAQUS، مجموعه ای از تحلیل های خطی و غیر خطی انجام شود که هدف از انجام آنها بررسی تأثیر اندازه و زاویه گشودگی های شبه بیضوی روی رفتار کمانش و پس کمانش پوسته های استوانه ای با نسبت های  $L/D=10,6,5,2,85$  و  $D/t=35$  می باشد. هم چنین با استفاده از یک دستگاه سروهیدرولیک INSTRON 8802 برای چندین نمونه با گشودگی های شبه بیضوی دلخواه آزمایش کمانش انجام شده و نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از روش اجزای محدود مقایسه شده است. در ادامه مشاهده خواهد شد که نتایج مطابقت بسیار زیادی با یک دیگر دارند. هم چنین براساس نتایج عددی حاصله، روابطی برای یافتن بار کمانش این گونه پوسته ها ارائه شده است.

## تحلیل عددی با استفاده از روش اجزای محدود

نرم افزار استفاده شده در این مقاله، برای تحلیل عددی اجزای محدود، ABAQUS 6.4-PR11 می باشد.

### هندسه، خواص مکانیکی و شرایط مرزی پوسته ها

هندسه پوسته های تحلیل شده در این تحقیق در شکل (۱) نشان داده شده است. پوسته های استوانه ای مورد

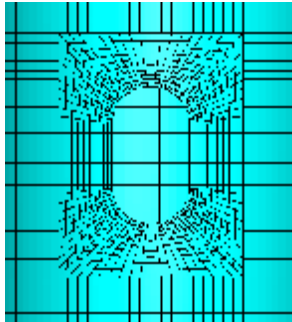
ای را بررسی نموده و ضمناً نتایج تجربی پوسته های دارای گشودگی، با و بدون تقویت را با نتایج حاصل از برنامه کامپیوتری STAGS مورد مقایسه قرار دادند. Jenkins [۸] یک مطالعه تجربی روی پوسته های استوانه ای در محدوده  $75 \leq R/t \leq 150$  با دو گشودگی دایره ای مقابل هم و Starnes [۹] نیز یک مطالعه تجربی روی کمانش پوسته های استوانه ای با گشودگی مدور تحت فشار محوری انجام داده اند که نسبت شعاع به ضخامت پوسته ها در مطالعه اخیر از ۴۰۰ تا ۹۶۰ در نظر گرفته شده بود. بر پایه تجربیات به دست آمده از آزمایش های، وی مسئله کمانش را خطی سازی کرد و یک حد بالا برای بار کمانش به وسیله روش Reyleigh-Ritz به دست آورد. مطالعات تجربی و عددی انجام شده روی کمانش پوسته های کامپوزیتی دارای نقص اولیه [۱۰] نشان می دهند که تحلیل کمانش خطی (مقادیر ویژه)، مقدار بار کمانش را کمتر از مقادیر تجربی به دست می دهد.

Jullien [۲] به طور تجربی و عددی تأثیر گشودگی های مربعی، مستطیلی و دایره شکل را روی کمانش پوسته های استوانه ای نازک تحت بار فشاری محوری، بررسی کرد و یک رابطه پارامتری بین شکل و ابعاد گشودگی ها ارائه نمود. هم چنین تأثیر موقعیت و تعداد گشودگی ها نیز مورد مطالعه قرار گرفت. نرم افزار اجزای محدود به کار گرفته شده CASTEM2000 بود. در همان زمان Yeh [۱۱] و همکارانش تحقیقی آزمایشگاهی و تحلیلی روی خمش و کمانش پوسته های استوانه ای با ضخامت متوسط دارای گشودگی دایره ای و مستطیلی شکل انجام دادند. در این تحقیق،  $L/D=7,9$ ،  $D/t=50$  در نظر گرفته شده بود. نتایج نشان داد که گشتاور کمانش هنگامی که گشودگی در طرف کششی قرار دارد بیشتر از زمانی است که گشودگی در طرف فشاری قرار گرفته است. آنها هم چنین مطالعات پارامتری را روی تأثیر شکل، اندازه و موقعیت گشودگی در ظرفیت کمانش، انجام دادند. Hilburger [۱۲] و همکارانش رفتار کمانش پنل های استوانه ای کامپوزیتی نازک با گشودگی دایره ای مرکزی، را بررسی کردند. در این مطالعه تأثیر ابعاد گشودگی، انحنای پنل و نقص های هندسی اولیه مورد بررسی قرار گرفت و نتایج عددی با نتایج تجربی مقایسه گردید و در آن از نرم افزار اجزای محدود STAGS، استفاده به عمل آمد و مشاهده شد که نتایج تحلیل های غیر خطی بسیار دقیق

صفحه بالایی به جزء حرکت در راستای محور استوانه، مقید شده است.

### المان بندی نمونه‌ها

برای المان بندی نمونه‌ها از المان غیر خطی S8R که یک المان هشت گره‌ای، با شش درجه آزادی برای هر گره است؛ و نیز المان خطی S4R که یک المان چهارگره‌ای است [۱۵]، استفاده گردیده که قسمتی از یک نمونه المان بندی شده در شکل (۳) نشان داده شده است.

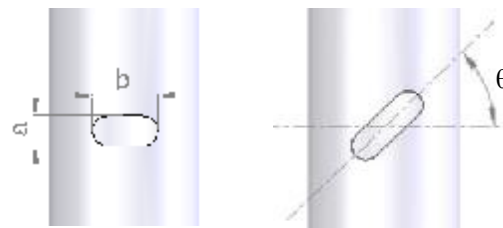


شکل ۳: قسمتی از یک نمونه المان بندی شده.

### فرآیند تحلیل

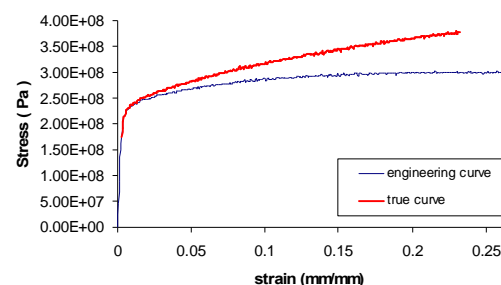
همان طور که در ادامه مشاهده خواهد شد، تحلیل های اجزای محدود خطی، بخصوص برای پوسته های نسبتاً ضخیم، بار کمانش را بیشتر از مقدار واقعی پیش بینی می کنند. با این وجود، باید برای تمام نمونه‌ها ابتدا یک تحلیل خطی (مقدار ویژه) انجام شود تا شکل مدهایی که مقدار ویژه کمتری دارند به دست آیند؛ زیرا کمانش معمولاً در این شکل مدها اتفاق می افتد. جا به جایی‌های مربوط به این شکل مدها در فایلی ذخیره شده و در تحلیل بعدی (Static,Riks) به عنوان نقص اولیه مورد استفاده قرار می گیرند تا تأثیر شکل مدها در تحلیل کمانش اعمال شود. در غیر این صورت نرم افزار به طور اختیاری مد کمانش را انتخاب می کند که معمولاً به نتایج غیر واقعی منجر می شود. این مرحله در نرم افزار Buckle نام دارد. برای این مرحله از روش حلگر Subspace در نرم افزار استفاده شد و سه شکل مد اول از هر نمونه به دست آمد. لازم به ذکر است که به دلیل وجود قیدهای تماسی بین صفحات صلب و پوسته استوانه‌ای، از روش حلگر Lanczos نمی توان در این نمونه‌ها استفاده کرد. در شکل (۴)، سه شکل مد اول از نمونه L119.7-L068-b15.3-a7.7 نشان داده شده است. بعد از انجام تحلیل Buckle یک تحلیل غیر خطی انجام می شود تا منحنی بار

مطالعه دارای قطر  $D=42\text{ mm}$  و طول های  $L=119.7\text{ mm}$ ،  $273\text{ mm}$ ،  $420\text{ mm}$  بوده و ضخامت پوسته‌ها  $t=1.2\text{ mm}$  می باشد. گشودگی‌های ایجاد شده به صورت شبه بیضوی بوده و بعد  $a$  در جهت محور استوانه و بعد  $b$  عمود بر محور استوانه در نظر گرفته شده است. فاصله بین مرکز گشودگی تا لبه پایینی استوانه  $L_0$  در نظر گرفته شده است. نام گذاری نمونه‌ها به عنوان مثال، به صورت  $L420-L_0110-a5-b15$  می باشد که عدد بعد از  $L$  بیان کننده طول نمونه، عدد بعد از  $L_0$  بیانگر فاصله مرکز گشودگی تا لبه پایینی نمونه و اعداد بعد از  $a$  و  $b$  نمایانگر ابعاد گشودگی در جهات نشان داده شده هستند.



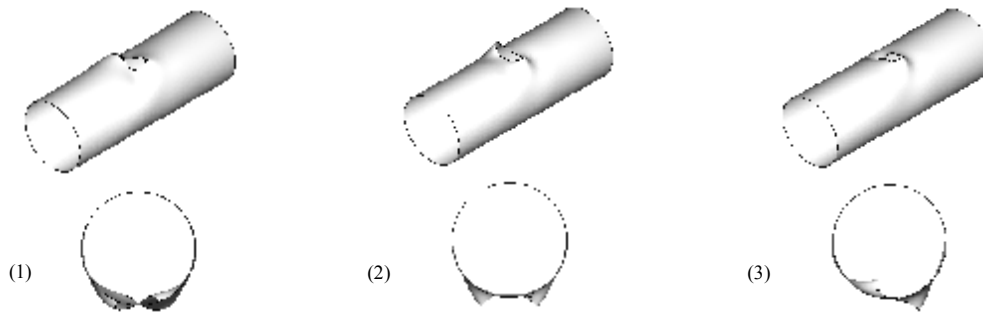
شکل ۱: هندسه پوسته استوانه ای.

پوسته‌های استوانه‌ای انتخاب شده از جنس فولاد نرم بوده که خواص مکانیکی این آلیاژ فولادی با انجام آزمایش کشش، به کمک دستگاه INSTRON 8802 به دست آمد. منحنی تنش-کرنش در شکل (۲) نشان داده شده است. از روی قسمت خطی نمودار تنش-کرنش، مقدار مدول الاستیسیته،  $E=170\text{ GPa}$  به دست می آید. هم چنین مقدار ضریب پواسون،  $\nu=0.33$  در نظر گرفته شده است.



شکل ۲: منحنی تنش - کرنش.

برای اعمال شرایط مرزی روی لبه‌های پوسته استوانه-ای، از دو صفحه صلب متصل به دو انتهای استوانه استفاده شده و بار به صورت متمرکز روی مرکز صفحه بالایی اعمال شده که نتیجه آن ایجاد بار محوری گسترده و فشاری روی هر دو لبه استوانه می باشد. هم چنین تمام درجات آزادی صفحه پایینی و نیز تمام درجات آزادی



شکل ۴: مدهای کمانش نمونه L119.7-L<sub>0</sub>68-a7.7-b15.3. (۱) مد اول (۲) مد دوم (۳) مد سوم.

باید توجه نمود که منحنی‌های بار - فشردگی انتهایی که در این قسمت ارائه شده‌اند، مربوط به تحلیل با المان خطی (S4R) هستند؛ زیرا همان طور که در بخش (۴) ملاحظه خواهد شد، المان‌های خطی در مقایسه با سایر المانها، برای ماده مورد مطالعه، ناحیه پس کمانش بهتری را نتیجه می‌دهند. همان طور که از شکل (۵) پیداست، قبل از این که نمونه دچار کمانش شود (قسمت خطی منحنی شکل (۵))، نواحی اطراف گشودگی در جهت جانبی تسلیم شده و لبه‌های گشودگی دچار خمش موضعی می‌شوند که این پدیده به علت پایین بودن تنش تسلیم ماده رخ می‌دهد. با افزایش بار، وسعت این نواحی پلاستیک شده افزایش می‌یابد. هنگامی که بار به مقدار افزایش خود می‌رسد، پوسته در اطراف گشودگی دچار کمانش موضعی می‌شود. سپس بار اعمال شده به پوسته افت پیدا می‌نماید. مشاهده می‌شود پس از رسیدن بار به مقدار حداکثر، تغییر شکل‌های قابل توجهی در اطراف ناحیه گشودگی رخ می‌دهد که این بار به عنوان بار آستانه شروع کمانش پوسته در نظر گرفته می‌شود. هم چنین مشاهده می‌شود پوسته به سمت گشودگی دچار خمش کلی می‌شود.

لبه‌های بالا و پایین گشودگی به هم نزدیک می‌شوند و جا به جایی‌های شعاعی نزدیک گشودگی در مقایسه با شعاع پوسته خیلی بزرگ می‌گردند. هنگامی که بار تا حد معینی افت پیدا می‌کند، نواحی نزدیک دو انتهای پوسته و در سمت مخالف گشودگی با انحنا قابل توجهی کمانش می‌نمایند. این نواحی که به حالت پلاستیک رسیده‌اند با سرعت زیادی تغییر شکل می‌دهند. گسترش نواحی تسلیم شده در نهایت منجر به خمش و فروپاشی سریع تر پوسته می‌گردد. باید توجه نمود که

جا به جایی به دست آید. مقدار حداکثر این منحنی بار کمانش است. این مرحله Statics, Riks نام دارد و از روش arc-length برای تحلیل پس کمانش استفاده می‌نماید.

### نتایج تحلیل به روش عددی اجزای محدود

در این بخش نتایج روش عددی برای پوسته‌های استوانه‌ای ارائه شده است. برای دقت بیشتر نتایج، غیر خطی بودن خواص ماده و المان، در نظر گرفته شد.

#### پوسته استوانه‌ای مرجع

در این تحقیق بار کمانش مرجع برای پوسته‌های مورد نظر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$N_{ref} = \sigma_y t = 204.976 \text{ N/mm}^2 \times 1.2 \text{ mm} = 245.97 \text{ N/mm} \quad (2)$$

که در آن  $N_{ref}$  مقدار بار لازم برای تسلیم پوسته استوانه-ای بر واحد محیط مقطع استوانه،  $\sigma_y$  مقاومت تسلیم ماده و  $t$  ضخامت پوسته م باشد. در نتایج ارائه شده تمام بارهای کمانش با این بار مرجع بی‌بعد شده‌اند. هم چنین مقدار تغییر شکل فشاری پوسته با طول پوسته استوانه‌ای بی‌بعد گردیده که جزئیات و نتایج تحلیل نمونه‌ها در جداول (۱) تا (۴) ارائه شده است.

#### منحنی بار - تغییر شکل و توزیع تنش اطراف گشودگی

یک نمونه از منحنی‌های بار بر حسب تغییر طول استوانه برای نمونه L273-L<sub>0</sub>136.5-a7-b16 در شکل (۵) نشان داده شده است. همچنین نمای ایزومتریک و نمای بالای پوسته استوانه‌ای در شکل ارائه شده است؛ که کانتورهای تنش ون میزز و کرنش پلاستیک معادل در موقعیت‌های مشخص شده روی نمودار، را نشان می‌دهند.

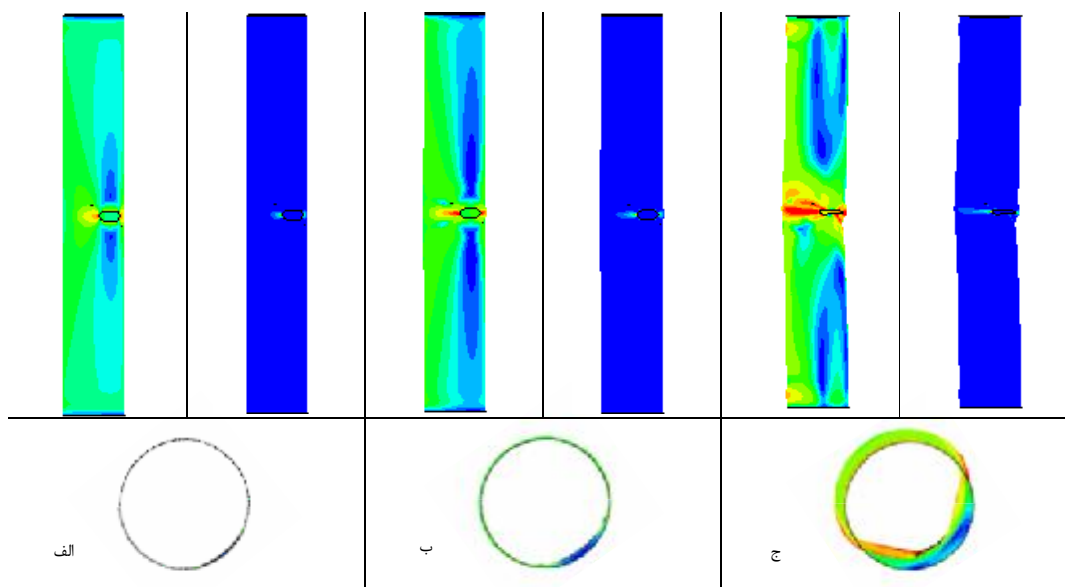
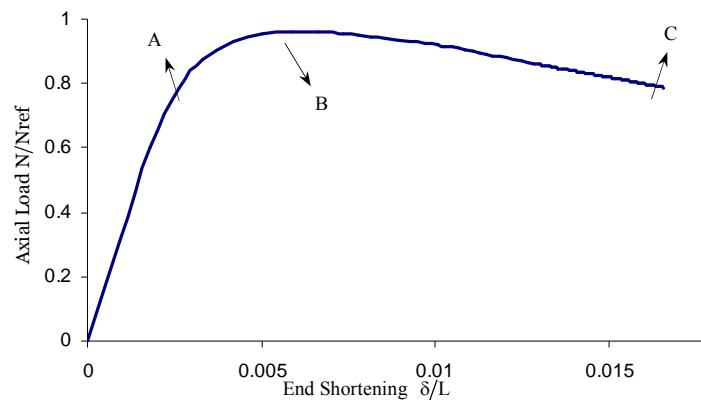
می باشد. شکل ۶- الف) ضمن این که از نتایج ارائه شده این به دست می آید که حداکثر کاهش در بار کمانش، با افزایش ارتفاع گشودگی از ۵ به ۱۱ میلی متر، حدود ۱.۵ درصد و متعلق به پوسته های بلند می باشد.

هم چنین در جدول (۱) ملاحظه می شود که با افزایش ارتفاع گشودگی از ۱۱ به ۵۰ میلی متر، حدود ۶ درصد و با افزایش ارتفاع گشودگی از ۵۰ به ۷۰ میلی متر، حدود ۱.۵ درصد، بار کمانش افت پیدا کرده است، می توان نتیجه گرفت که برای گشودگی های با عرض ثابت، افزایش ارتفاع گشودگی بیشتر از ۲۰ درصد ارتفاع پوسته، تأثیر چندانی در بار کمانش پوسته ندارد.

کمانش کلی پوسته استوانه ای کاملاً شبیه کمانش ستون اویلری می باشد [۱۴].

### تأثیر تغییر ابعاد گشودگی در رفتار کمانش پوسته های استوانه ای

نتایج تحلیل پوسته های استوانه ای دارای گشودگی با عرض (b) ثابت و ارتفاع (a) متغیر در جدول (۱) و شکل (۶- الف) ارائه شده است. همان گونه که مشاهده می شود با افزایش ارتفاع گشودگی بار کمانش افت پیدا می کند. به عبارت دیگر، گشودگی های بزرگ تر باعث افت در بار کمانش پوسته می شوند [۱۴]. البته برای پوسته های مورد مطالعه، کاهش بار کمانش با افزایش ارتفاع گشودگی ناچیز



شکل ۵: منحنی بار - فشردگی انتهایی، کانتورهای تنش ون میزز (شکل سمت چپ در هر قسمت)، کانتورهای کرنش پلاستیک معادل (شکل سمت راست در هر قسمت)، برای نمونه ی L273-L<sub>0</sub>136.5-a7-b16 .

جدول ۱: نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته های استوانه ای با گشودگی شبه بیضوی. تاثیر تغییر ارتفاع گشودگی روی بار کمانش پوسته های استوانه ای با طول های مختلف  $D = 42 \text{ mm}$ ,  $t = 1.2 \text{ mm}$ ,  $D/t = 35$ .

Model designation	Shell length (mm)	Cutout size (mm × mm)	Location of cutout ( $L_o/L$ )	Normalized buckling load ( $N/N_{ref}$ )	
				S4R Element	S8R Element
L420-L <sub>0</sub> 210-a5-b16	420	5 × 16	0.5	0.9310	0.8676
L420-L <sub>0</sub> 210-a7-b16	420	7 × 16	0.5	0.9174	0.8637
L420-L <sub>0</sub> 210-a9-b16	420	9 × 16	0.5	0.9072	0.8613
L420-L <sub>0</sub> 210-a11-b16	420	11 × 16	0.5	0.8989	0.8549
L420-L <sub>0</sub> 210-a20-b16	420	20 × 16	0.5	-----	0.8337
L420-L <sub>0</sub> 210-a30-b16	420	30 × 16	0.5	-----	0.8166
L420-L <sub>0</sub> 210-a50-b16	420	50 × 16	0.5	-----	0.8046
L420-L <sub>0</sub> 210-a70-b16	420	70 × 16	0.5	-----	0.7912
L273-L <sub>0</sub> 136.5-a5-b16	273	5 × 16	0.5	0.9720	0.9083
L273-L <sub>0</sub> 136.5-a7-b16	273	7 × 16	0.5	0.9602	0.9059
L273-L <sub>0</sub> 136.5-a9-b16	273	9 × 16	0.5	0.9517	0.9049
L273-L <sub>0</sub> 136.5-a11-b16	273	11 × 16	0.5	0.9440	0.9010
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a5-b16	119.7	5 × 16	0.5	1.0368	0.9795
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b16	119.7	7 × 16	0.5	1.0254	0.9754
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a9-b16	119.7	9 × 16	0.5	1.0173	0.9727
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a11-b16	119.7	11 × 16	0.5	1.0091	0.9687

جدول ۲: نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته های استوانه ای با گشودگی شبه بیضوی. تاثیر تغییر عرض گشودگی روی بار کمانش پوسته های استوانه ای با طول های مختلف  $D = 42 \text{ mm}$ ,  $t = 1.2 \text{ mm}$ ,  $D/t = 35$ .

Model designation	Shell length (mm)	Cutout size (mm × mm)	Location of cutout ( $L_o/L$ )	Normalized buckling load ( $N/N_{ref}$ )	
				S4R Element	S8R Element
L420-L <sub>0</sub> 210-a7-b7	420	7 × 7	0.5	1.0444	1.0044
L420-L <sub>0</sub> 210-a7-b10	420	7 × 10	0.5	0.9939	0.9524
L420-L <sub>0</sub> 210-a7-b13	420	7 × 13	0.5	0.9533	0.9093
L420-L <sub>0</sub> 210-a7-b16	420	7 × 16	0.5	0.9174	0.8637
L273-L <sub>0</sub> 136.5-a7-b7	273	7 × 7	0.5	1.0699	1.0258
L273-L <sub>0</sub> 136.5-a7-b10	273	7 × 10	0.5	1.0297	0.9843
L273-L <sub>0</sub> 136.5-a7-b13	273	7 × 13	0.5	0.9941	0.9429
L273-L <sub>0</sub> 136.5-a7-b16	273	7 × 16	0.5	0.9602	0.9059
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b7	119.7	7 × 7	0.5	1.1090	1.0681
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b10	119.7	7 × 10	0.5	1.0836	1.0337
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b13	119.7	7 × 13	0.5	1.0542	1.0043
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b16	119.7	7 × 16	0.5	1.0254	0.9754

مربوط به گشودگی کوچک تر، بالاتر از سایر منحنی ها قرار دارند.

نتایج تحلیل پوسته های استوانه ای دارای گشودگی با عرض (b) متغیر و ارتفاع (a) ثابت در جدول (۲) و شکل (۶ - ب) ارائه شده است. همان گونه که مشاهده می شود

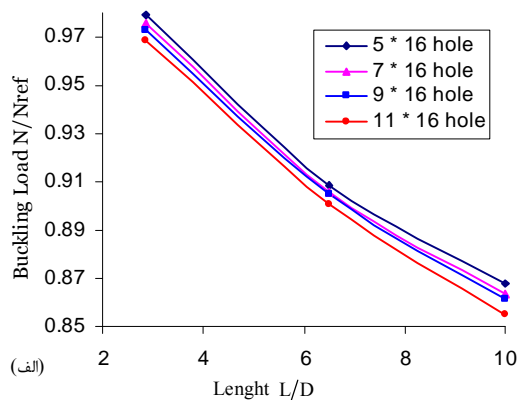
در منحنی های بار - فشردگی انتهایی برای این نمونه ها در شکل (۷ - الف، ب و ج) ارائه شده است مشاهده می شود شیب منحنی در قسمت پیش کمانش برای تمام نمونه ها، یکسان می باشد. منحنی ها بعد از رسیدن به مقدار حداکثر افت پیدا می کنند و منحنی های

### تأثیر تغییر زاویه گشودگی در رفتار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای

در جدول (۳) و شکل (۸) نتایج تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای با تغییر زاویه گشودگی‌ها نسبت به مقطع میانی، برای استوانه‌های کوتاه ( $L=2.85D$ )، ارائه شده است.

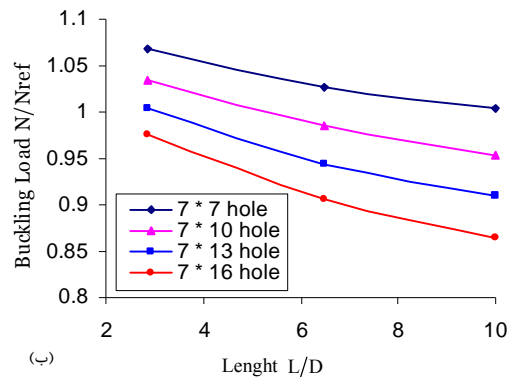
اندازه گشودگی در تمام نمونه‌ها  $7 \times 16$  بوده و نتایج نشان می‌دهد که برای گشودگی‌های هم اندازه، تأثیر افزایش زاویه روی بار کمانش چشم گیر و با تغییر زاویه گشودگی از صفر درجه تا  $90^\circ$  درجه، بار کمانش برای پوسته‌های کوتاه حدود  $5/3$  درصد افزایش می‌یابد.

در شکل (۸) که منحنی‌های بار در مقابل کوتاه شدن پوسته نشان داده شده اند مشاهده می‌شود که شیب ناحیه پیش کمانش برای تمام منحنی‌ها یکسان و منحنی‌های مربوط به گشودگی‌های با زاویه بزرگ تر و بالاتر از سایر منحنی‌ها قرار دارند.



که با افزایش عرض گشودگی، بار کمانش کاهش می‌یابد. همچنین ملاحظه می‌شود که تغییر عرض گشودگی نسبت به تغییر ارتفاع، در بار کمانش تأثیر بیشتری داشته و نیز پوسته‌های بلندتر نسبت به تغییر عرض گشودگی حساسترند. (شکل ۶). به عنوان مثال، با ثابت ماندن ارتفاع و تغییر عرض گشودگی از  $7$  میلی متر به  $16$  میلی متر، بار کمانش برای پوسته‌های بلند ( $L/D=10$ )، متوسط  $(L/D=6.5)$  و کوتاه ( $L/D=2.85$ ) به ترتیب حدود  $14\%$ ،  $12\%$  و  $9\%$  درصد کاهش می‌یابد.

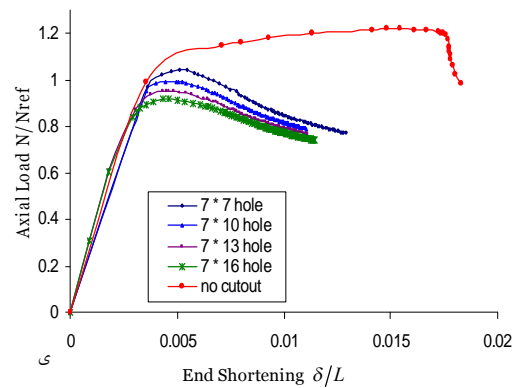
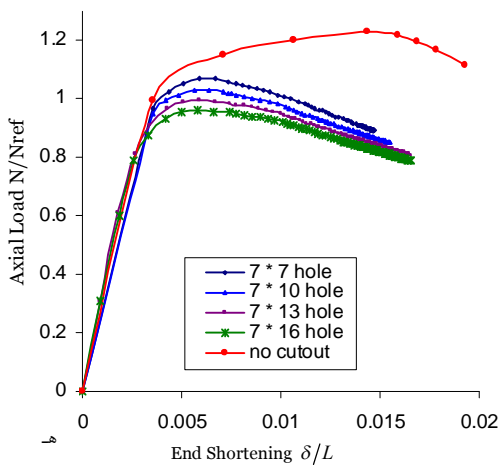
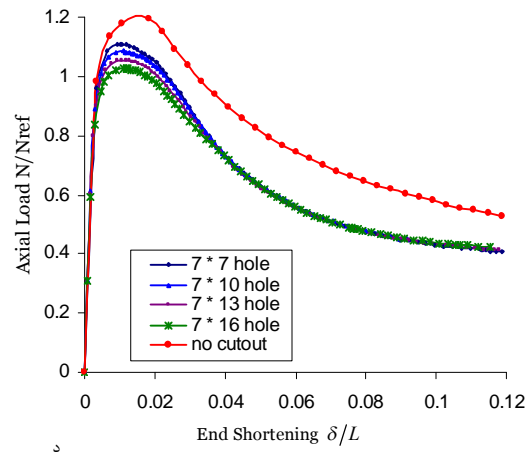
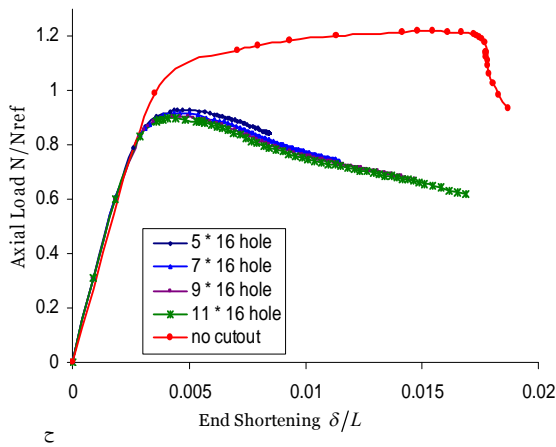
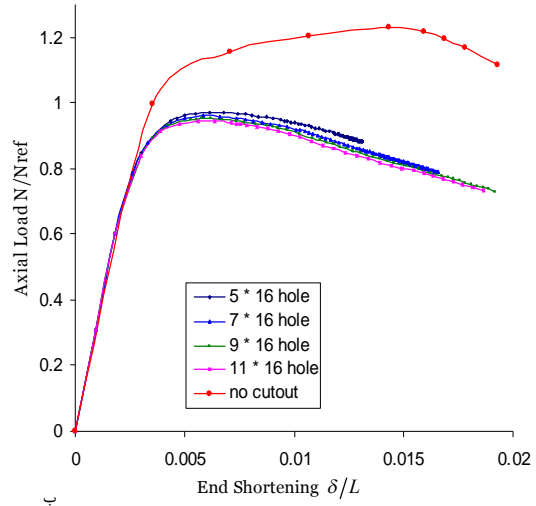
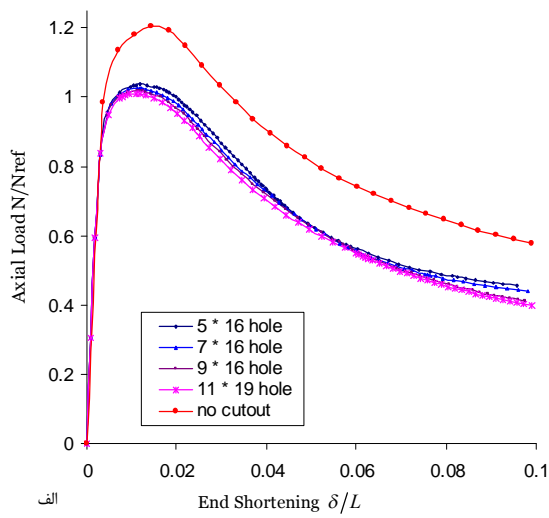
همان‌گونه که مشاهده می‌شود منحنی‌های بار-فشردگی انتهایی برای این نمونه‌ها در شکل (۷-د، ه و ی) نشان داده شده است همانند حالت قبل مشاهده می‌شود شیب منحنی در قسمت پیش کمانش برای تمام نمونه‌ها یکسان بوده و منحنی‌ها بعد از رسیدن به مقدار حداکثر افت پیدا می‌کنند. هم چنین منحنی‌های مربوط به گشودگی کوچک تر، بالاتر از سایر منحنی‌ها قرار دارند.



شکل ۶: منحنی بار - طول پوسته استوانه ای با نسبت  $(D/t = 35)$ ، برای (الف) گشودگی‌های با عرض ثابت و ارتفاع متغیر (ب) گشودگی‌های با ارتفاع ثابت و عرض متغیر.

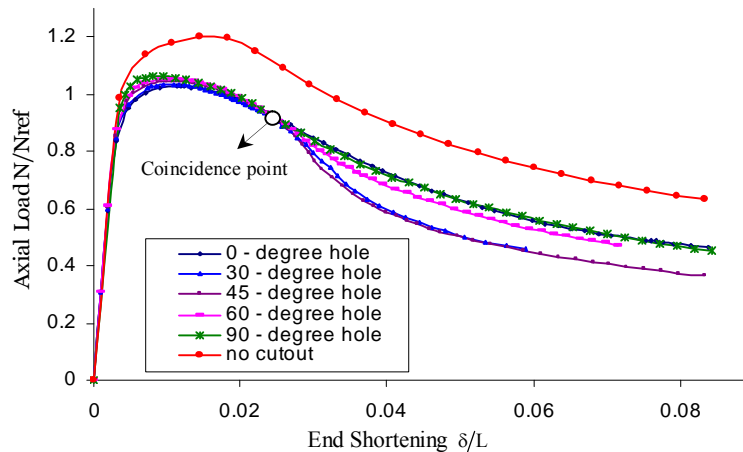
جدول ۳: نتایج تحلیل اجزای محدود پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی. تأثیر زاویه گشودگی روی بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با طول‌های مختلف  $D = 42 \text{ mm}$ ,  $t = 1.2 \text{ mm}$ ,  $D/t = 35$ ,  $a \times b = 7 \times 16$

Model designation	Shell length (mm)	Angle of cutout (deg)	Location of cutout ( $L_o/L$ )	Normalized buckling load ( $N/N_{ref}$ )	
				S4R Element	S8R Element
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b16	119.7	0	0.5	1.0254	0.9754
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b16-30	119.7	30	0.5	1.0341	0.9848
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b16-45	119.7	45	0.5	1.0451	0.9983
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b16-60	119.7	60	0.5	1.0529	1.0134
L119.7-L <sub>0</sub> 59.85-a7-b16-90	119.7	90	0.5	1.0606	1.0297



شکل ۷: منحنی بار - جابجایی انتهایی، برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی‌های شبه بیضوی در میانه استوانه و بدون گشودگی، با طولهای متفاوت. (الف و د) پوسته‌های کوتاه ( $L=2.85D$ )، (ب و ه) پوسته‌های با طول متوسط ( $L=6.5D$ )، (ج و و) پوسته‌های بلند ( $L=10D$ ).

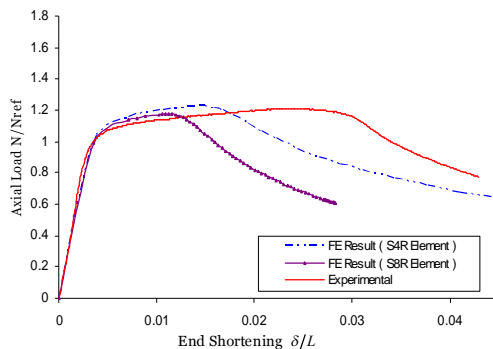




شکل ۸: منحنی بار - جا به جایی انتهایی، برای پوسته استوانه‌ای کوتاه ( $L=2.85D$ )، دارای گشودگی با زوایای متفاوت در میانه استوانه و بدون گشودگی.

بیشتر از مقدار واقعی پیش‌بینی می‌کنند اما خطای حاصل از تحلیل انجام شده با این المان‌ها، برای اکثر نمونه‌ها کمتر از ۴ درصد بوده؛ که بسیار خوب است. اما توصیه می‌شود برای پیش‌بینی بار کمانش از المان‌های غیر خطی استفاده شود.

یک نمونه از منحنی‌های بار در برابر کوتاه شدن پوسته مربوط به تحلیل اجزای محدود با المان‌های خطی، المان‌های غیر خطی و نتایج تجربی در شکل (۹) نشان داده شده است. با مقایسه این منحنی‌ها می‌توان دریافت که المانهای خطی نسبت به المان‌های غیر خطی، رفتار پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی، ساخته شده از آلیاژ فولادی مشابه، را دقیق‌تر پیش‌بینی می‌کنند.



شکل ۹: مقایسه نتایج عددی و تجربی برای نمونه L273-Perfect.

در مورد مرحله پیش‌کمانش، هر دو المان نتایج مشابهی ارائه می‌دهند. شکل‌های (۱۰) و (۱۱) منحنی‌های

هم چنین می‌توان دید که بعد از رسیدن بار به مقدار حداکثر و در ناحیه پس‌کمانش، یک نقطه تلاقی برای منحنی‌ها وجود دارد و بعد از این نقطه موقعیت منحنی‌ها نسبت به هم عوض شده و منحنی‌های مربوط به زوایای گشودگی کمتر بالاتر از منحنی‌های دیگر قرار گرفته‌اند. همانند حالت‌های قبل در این مورد نیز نتایج به دست آمده برای پوسته‌های استوانه‌ای کوتاه، برای پوسته‌های استوانه‌ای با طول‌های دیگر، قابل‌تعمیم می‌باشد.

### تأیید نتایج عددی به کمک نتایج تجربی

آزمایش‌های تجربی، به منظور تأیید صحت نتایج به دست آمده از روش عددی، روی چندین نمونه با گشودگی شبه بیضوی دلخواه، انجام شد که برای انجام آنها از یک دستگاه پیشرفته سرو هیدرولیک INSTRON 8802 استفاده گردید. ظرفیت نیروسنج دستگاه ۵۰ کیلو نیوتن و از دو استوانه شیاردار از جنس فولاد ابزار برای مقید کردن نمونه‌ها استفاده به عمل آمد که نتایج به دست آمده در جدول (۴) ارائه شده است. همچنین سه نمونه از منحنی‌های بار جا به جایی در شکل‌های (۹) تا (۱۱) نشان داده شده است.

با مقایسه نتایج عددی و تجربی مشاهده می‌شود که بار کمانش به دست آمده از المان‌های غیر خطی S8R، با مقدار تجربی مربوطه، مطابقت بسیار زیادی داشته و مقدار خطای حاصل شده برای اکثر نمونه‌ها کمتر از ۱ درصد است؛ که بسیار دقیق می‌باشد. همچنین ملاحظه می‌شود علیرغم این که المان‌های خطی S4R، بار کمانش را

جدول ۴: مقایسه نتایج آزمایشگاهی با نتایج عددی برای پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی  
 $D = 42 \text{ mm}$  ,  $t = 1.2 \text{ mm}$  ,  $D/t = 35$

Model designation	Shell length (mm)	Cutout size (mm × mm)	Location of cutout ( $L_0/L$ )	Normalized buckling load ( $N/N_{ref}$ )		
				S4R Element	S8R Element	Experiment
L420-Perfect	420	----	----	1.2184	1.1727	1.0770
L420- $L_0$ 210-a1.5-b11.5	420	11.5 × 11.5	0.50	0.9641	0.9254	0.9296
L420- $L_0$ 210-a9-b15	420	9 × 15	0.50	0.9284	0.8834	0.8965
L420- $L_0$ 210-a15.5-b7.5	420	15.5 × 7.5	0.50	0.9919	0.9649	0.9529
L420- $L_0$ 310-a15-b8	420	15 × 8	0.74	1.0134	0.9852	0.9857
L420- $L_0$ 310-a7.5-b15.5	420	7.5 × 15.5	0.74	0.9700	0.9182	0.9290
L420- $L_0$ 370-a15-b9.5	420	15 × 9.5	0.88	1.0320	0.9982	0.9859
L273-Perfect	273	----	----	1.2290	1.1773	1.2085
L273- $L_0$ 202-a12-b11	273	12 × 11	0.74	1.0373	0.9991	1.0242
L119.7- $L_0$ 59.85-a11.5-b11.5	119.7	11.5 × 11.5	0.50	1.0580	1.0171	1.0232
L119.7- $L_0$ 59.85-a15-b8.5	119.7	15 × 8.5	0.50	1.0629	1.0306	1.0330
L119.7- $L_0$ 59.85-a7.5-b15.5	119.7	7.5 × 15.5	0.50	1.0369	0.9872	1.0455

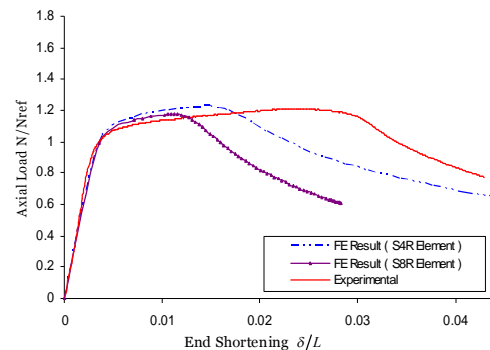
زیر تعریف کرد:

$$K_{cutout} = \frac{N_{cutout}}{N_{perfect}} \quad (۳)$$

که در آن  $N_{perfect}$ ، بار کمانش بر واحد محیط مقطع برای پوسته‌های بدون گشودگی و  $N_{cutout}$  و  $K_{cutout}$  به ترتیب بار کمانش بر واحد محیط مقطع و ضریب تصحیح برای پوسته‌های دارای گشودگی شبه بیضوی می باشد. شکل کلی ضریب  $K_{cutout}$  به صورت زیر خواهد بود:

$$K_{cutout}(\alpha, \beta, \gamma, \theta) = A + B\alpha + C\alpha^2 + D\beta + E\beta^2 + F\gamma + G\gamma^2 + J\alpha\gamma + K\beta\gamma + M\theta + N\theta^2 + \dots \quad (۴)$$

که در آن،  $\alpha = a/D$ ،  $\beta = b/D$ ،  $\gamma = L/D$  و  $\theta$  زاویه گشودگی می باشد. برای محاسبه ضرایب A، B، C و ...، از روش چند جمله‌ای‌های لاگرانژ استفاده گردید و شکل دقیق روابط به دست آمده در جدول (۵) ارائه شده که برای نسبت  $D/t=35$  به دست آمده است. رابطه (۵) ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای با طول های مختلف، دارای گشودگی شبه بیضوی، با عرض ثابت ۱۶mm و ارتفاع متغیر، رابطه (۶) ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی شبه بیضوی با عرض متغیر، ارتفاع ثابت ۷mm و طول های مختلف، و رابطه (۷) نیز ضریب تصحیح بار کمانش را برای پوسته‌های استوانه‌ای دارای گشودگی شبه بیضوی با ابعاد ثابت (۱۶ × ۷)، در میانه استوانه و با زوایای مختلف،



شکل ۹: مقایسه نتایج عددی و تجربی برای نمونه L273-Perfect

منحنی‌های بار در برابر کوتاه شدن پوسته را برای دو نمونه دیگر نشان می‌دهند. منحنی‌های ترسیم شده مربوط به المان‌های خطی و نیز نتایج تجربی هستند.

### ضرایب تصحیح برای بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای با گشودگی شبه بیضوی

در این قسمت سعی شده است با استفاده از نتایج تحلیل عددی به دست آمده با المان‌های غیر خطی که در جداول (۱) تا (۳) ارائه شد، ضرایبی برای تصحیح بار کمانش پوسته‌های دارای گشودگی شبه بیضوی حاصل گردد، تا بتوان بار کمانش این پوسته‌ها را از روی بار کمانش پوسته‌های بدون گشودگی، با هندسه و ماده مشابه، پیش‌بینی نمود. می‌توان ضریب  $K_{cutout}$  را به صورت

ارائه می‌دهد.

کاهش می‌یابد؛ اما تغییر عرض گشودگی نسبت به تغییر ارتفاع، در بار کمانش تأثیر بیشتری دارد و نیز پوسته‌های بلندتر نسبت به تغییر در عرض گشودگی حساس‌تر می‌باشد.

- برای گشودگی‌های با عرض ثابت، افزایش ارتفاع گشودگی بیشتر از ۲۰ درصد ارتفاع پوسته، تأثیر چندانی در بار کمانش پوسته ندارد.

- برای گشودگی‌های هم اندازه، تأثیر افزایش زاویه گشودگی روی بار کمانش چشم‌گیر است و با افزایش زاویه گشودگی، بار کمانش افزایش می‌یابد.

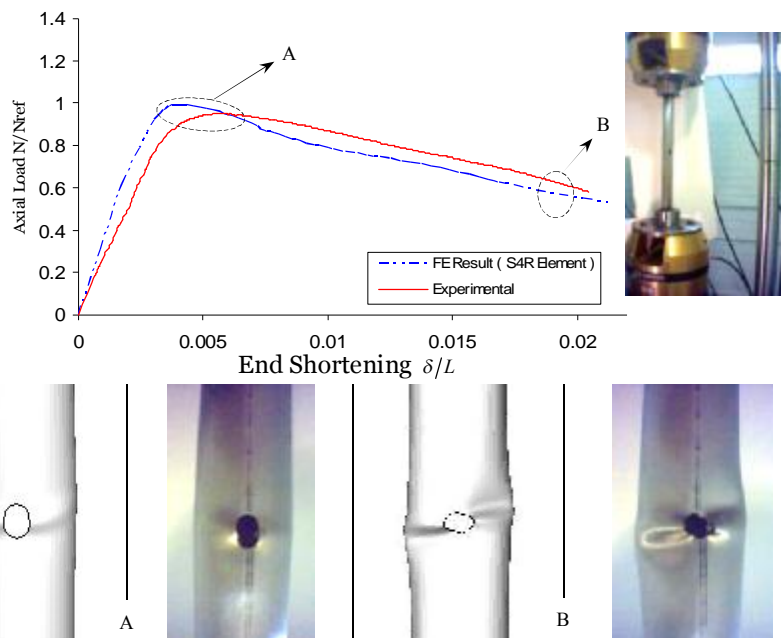
- در نهایت روابطی برای محاسبه بار کمانش این گونه پوسته‌ها بر حسب بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای بدون گشودگی، با استفاده از چند جمله‌ای‌های لاگرانژ به دست آمد.

## بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق با انجام مطالعات عددی و تجربی روی پوسته‌های استوانه‌ای فولادی نرم، با گشودگی‌های شبه بیضوی و نسبت‌های  $L/D$  متفاوت، رفتار کمانش این پوسته‌ها بررسی و بار کمانش این پوسته‌ها برای گشودگی‌هایی با ابعاد و زوایای مختلف به دست آمد. و نتایج زیر حاصل شد:

- حضور گشودگی ظرفیت تحمل بار پوسته‌های استوانه‌ای را کاهش می‌دهد.

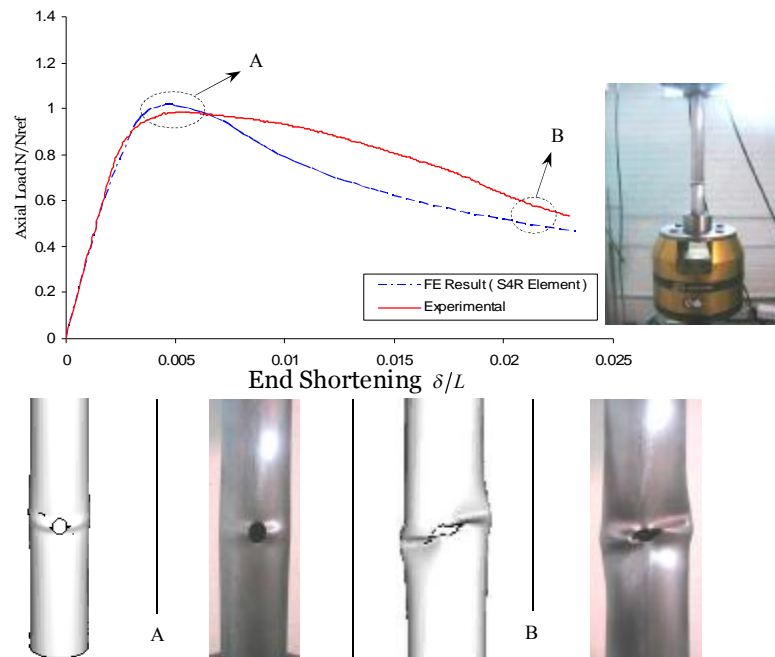
- با افزایش ارتفاع گشودگی، بار کمانش افت می‌نماید. به عبارت دیگر، گشودگی‌های بزرگ‌تر باعث افت در بار کمانش پوسته می‌شوند. البته برای پوسته‌های مورد مطالعه، کاهش بار کمانش با افزایش ارتفاع گشودگی ناچیز بود. هم‌چنین با افزایش عرض گشودگی، بار کمانش



شکل ۱۰: مقایسه نتایج عددی و تجربی برای نمونه L420-L0210-a15.5-b7.5

جدول ۵: ضرایب تصحیح به دست آمده برای بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای فولادی نرم، دارای گشودگی شبه بیضوی.

Correction factors	Parameters		Equation no.
$K_{cutout} = -0.356\alpha - 0.03\gamma + 0.94 + 0.0015\gamma^2 - 0.001\gamma^2\alpha - 0.714\gamma\alpha^3 + 0.348\gamma\alpha^2 - 0.0259\gamma\alpha - 1.6734\alpha^3 + 1.1195\alpha^2 + 0.0155\gamma^2\alpha^3 - 0.0069\gamma^2\alpha^2$	$\gamma$	$\alpha$	(5)
$K_{cutout} = -2.902\beta + 9.718\beta^2 - 0.096\gamma + 0.008\gamma^2 + 1.23 - 11.401\beta^3 - 0.3758\gamma^2\beta^3 + 0.3136\gamma^2\beta^2 - 0.0822\gamma^2\beta + 4.454\gamma\beta^3 - 3.7157\gamma\beta^2 + 0.9467\gamma\beta$	$\gamma$	$\beta$	(6)
$K_{cutout} = -0.00742\theta^4 - 0.00791\theta^3 + 0.0566\theta^2 - 0.011\theta + 0.8335$	$\theta$		(7)



شکل ۱۱: مقایسه نتایج عددی و تجربی برای نمونه L420-L<sub>0</sub>310-a15-b8.

## مراجع

- 1 - Arbocz, J. and Hol JMAM. (1991). "Collapse of axially compressed cylindrical shells with random imperfections." *AIAA J.* Vol. 29, PP. 2247–56.
- 2 - Jullien, JF. and Limam, A. (1998). "Effect of openings on the buckling of cylindrical shells subjected to axial compression." *Thin Wall Struct.*, Vol. 31, PP. 187–202.
- 3 - Timoshenko, S. P. and Gere, J. M. (1961). *Theory of elastic stability*. 2<sup>th</sup>. Ed. McGraw-Hill pub. Co., New York.
- 4 - Ugural, A. C. (1981). *Stresses in plates and shells*. McGraw-Hill pub. Co., New York.
- 5 - Van Dyke, P. (1965). "Stresses About a Circular Hole in a Cylindrical Shells." *AIAA J.*, Vol. 33, No. 9, PP. 1733-1742.
- 6 - Tennyson, R. C. (1968). "The effects of unreinforced circular cutouts on the buckling of circular cylindrical shells under axial compression." *J. of Eng. For Industry, ASME*, Vol. 90. PP. 541-546.
- 7 - Brogan, F. A. and Almorth, B. O. (1970). "Buckling of cylindrical shells with cutouts." *AIAA J.*, Vol. 8. No. 2. PP. 236-240.
- 8 - Jenkins, W. C. (1970). *Buckling of cylinders with cutouts under combined loading*. MDAC Paper WD 1390, McDonnell- Douglas Astronautics Co., Western Division.
- 9 - Starnes, J. (1970). *The Effect of a Circular Hole on the Buckling of Cylindrical Shells*. Ph. D. Thesis, California Institute of Technology.
- 10 - Chryssanthopoulos, M. K., Elghazouli, A.Y. and Esong, I. E. (2000). "Validation of FE models for buckling analysis of woven GFRP shells." *Compos. Struct.*, Vol. 49, PP. 355–67.
- 11 - Yeh, M. K., Lin, M. C. and Wu, W. T. (1999). "Bending buckling of an elastoplastic cylindrical shell with a cutout." *Eng. Struct.*, Vol. 21, PP. 996–1005.

- 
- 12 - Hilburger, M. W., Vicki, O. B. and Michael, P. N. ( 2001). "Buckling behavior of compression-loaded quasi-isotropic curved panels with a circular cutout." *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 38, PP. 1495–522.
  - 13 - Tafreshi, A. (2002). "Buckling and postbuckling analysis of composite cylindrical shells with cutout subjected to internal pressure and axial compression load." *Int. J. Pressure Vessel Piping*, Vol. 79, PP. 351–9.
  - 14 - Haipeng, H. Cheng, J. Taheri, F. and Pegg N. (2006). "Numerical and experimental investigations of the response of aluminum cylinders with a cutout subject to axial compression." *Thin-Walled Structures*, Vol. 44, PP. 254-270.
  - 15 - ABAQUS user's manual.