

# کاربرد مدل سازی عددی سه بعدی در شبیه سازی پدیده های پیچیده مهندسی رودخانه

احمدشکيبائی نیا<sup>۱</sup>، امیررضا زراتی<sup>۲\*</sup> و محمدرضا مجدزاده طباطبایی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانش آموخته کارشناسی ارشد دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی امیرکبیر

<sup>۲</sup> دانشیار دانشکده مهندسی عمران - دانشگاه صنعتی امیرکبیر

<sup>۳</sup> استادیار گروه مهندسی آب - دانشگاه صنعت آب و برق شهید عباسپور

(تاریخ دریافت ۸۵/۸/۱۴، تاریخ دریافت روایت اصلاح شده ۸۶/۱۲/۲۵، تاریخ تصویب ۸۷/۲/۱۴)

## چکیده

بسیاری از مسائل مهندسی رودخانه پیچیده بوده و نیاز به تحلیل سه بعدی جریان و رسوب دارند. با توجه به پیشرفت روز افزون قدرت رایانه ها و توسعه مدل های عددی توانمند که قادر به شبیه سازی جریان و انتقال رسوب به صورت سه بعدی در هندسه های پیچیده می باشند، استفاده از این مدل های عددی برای مهندسی امری اجتناب ناپذیر است. اما باید توجه داشت که پیش از به کارگیری، باید دقت این مدل ها در شرایط پیچیده و با توجه به فرضیات موجود در آن ها به وسیله صحت سنجی شناخته شود. هدف این مقاله بررسی کارایی مدل های عددی سه بعدی در مسائل مهندسی رودخانه و صحت سنجی آن ها در چند مورد پیچیده است. برای این منظور مدل SSIM2.0 انتخاب و مورد استفاده قرار گرفته است. علت این انتخاب، قابلیت های زیاد این مدل عددی می باشد. در تحقیق حاضر این مدل برای چندین مورد پیچیده مهندسی رودخانه به کار برده شد و نتایج پیش بینی های عددی با نتایج آزمایشگاهی یا صحرایی موجود مقایسه گردید. با توجه به نتایج حاصله در مسائل متنوع مورد بررسی در تحقیق حاضر دقت مدل عددی مذکور برای استفاده در کارهای عملی و پیچیده مهندسی رودخانه مشخص گردیده است.

**واژه های کلیدی:** مدل سازی عددی سه بعدی - رودخانه - هندسه پیچیده - جریان - انتقال رسوب

## مقدمه

رودخانه ها می پردازند بسیار معمول شده است و با افزایش قدرت رایانه ها مدل های عددی نیز توسعه یافته اند. در شرایط ساده می توان از مدل های عددی یک بعدی به همراه محاسبه حمل رسوب برای پیش بینی آب شستگی و رسوب گذاری استفاده نمود [۱-۳]. در شرایط پیچیده تر، کاربرد مدل های دوبعدی متوسط گیری شده در عمق و مدل های سه بعدی با فرض فشار هیدرواستاتیک، برای حل معادلات در آب های کم عمق که در آنها جریان های ثانویه و نوسانات آشفتگی در عمق شدید نیست، توجیه می شود. این مدل ها نیز در حال حاضر بسیار معمول بوده و کاربردهای زیادی در مهندسی رودخانه پیدا کرده اند [۴-۷]. از آن جایی که در بسیاری از موارد به دلیل تغییرات زیاد فشار در عمق، وجود جریان های ثانویه قوی در عمق و سرعت های عمودی مدل های آب های کم عمق نتایج دقیقی نخواهند داد [۸]، لازم است از مدل های سه بعدی کامل در پیش بینی میدان سرعت، سطح آب و انتقال رسوب استفاده شود. خوشبختانه در عصر حاضر مدل های سه بعدی گسترش زیادی یافته و

در مسائل مهندسی رودخانه از قبیل ساماندهی و طرح های سازه ای رودخانه لازم است که مهندسی قادر باشند، توزیع سرعت و تنش و سطح آب را در شرایط مختلف پیش بینی و محاسبه نمایند. تحلیل جریان در رودخانه دارای پیچیدگی های زیادی است که طبیعت کاملا سه بعدی جریان، به همراه جریان های ثانویه و چرخشی، مرزهای دارای انحنا و نامنظم، توپوگرافی پیچیده و قابل تغییر در اثر حمل رسوب و رسوب گذاری امکان وجود شاخه های فرعی از آن جمله به شمار می روند. به منظور تحلیل جریان در رودخانه ها اغلب از معادلات نیمه تجربی استفاده می شود که از بررسی های صحرایی و یا مطالعات آزمایشگاهی نتیجه شده اند و بالطبع دارای تقریب زیادی می باشند. هزینه زیاد مدل های فیزیکی، نتایج غیر قابل تعمیم، محدودیت استفاده از دستگاه های اندازه گیری و زمان بر بودن، استفاده از این مدل ها را نیز با محدودیت روبرو می سازد.

در چند دهه اخیر استفاده از مدل های عددی که به کمک حل معادلات اصلی حاکم، به تحلیل جریان در

متوسط گیری شده زمانی ناویر استوکس معروف به معادلات رینولدز (RANS) است. فرم کلی این معادلات که شامل یک معادله پیوستگی و سه معادله مومنتم در سه جهت می باشد، به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

در این معادلات  $\rho$  چگالی سیال و  $u_i$  سرعت جریان در جهت محور  $x_i$ ،  $B_i$  نیروهای حجمی،  $\mu$  لزجت دینامیک و  $\mu_t$  لزجت آشفتگی می باشد. لزجت آشفتگی نامعلوم بوده و برای به دست آوردن آن نیاز به مدل آشفتگی می باشد. نرم افزار SSIIM از مدل آشفتگی  $k - \varepsilon$  استاندارد و فرم RNG مدل  $k - \varepsilon$  که توسط Yakhot و همکارانش [۱۹] توسعه داده شد، استفاده می کند. مدل RNG توانایی های بیشتری در مدل سازی پدیده های پیچیده و خصوصاً جدایی جریان دارد [۹ و ۱۹]. در مدل های  $k - \varepsilon$  مقدار  $\mu_t$  از رابطه زیر به دست می آید.

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2)$$

که در آن  $C_\mu$  یک ضریب تجربی است که معمولاً برابر ۰/۰۹ در نظر گرفته می شود.  $k$  انرژی جنبشی آشفتگی و  $\varepsilon$  نرخ اضمحلال ویسکوز انرژی جنبشی آشفتگی هستند. تفاوت مدل های  $k - \varepsilon$  در تعیین مقادیر  $k$ ،  $\varepsilon$  می باشد. در مدل RNG مقادیر  $k$ ،  $\varepsilon$  از معادلات زیر محاسبه می گردند.

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho u_j k_{,j} = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} k_{,j} \right)_{,j} + 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \varepsilon$$

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho u_j \varepsilon_{,j} = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \varepsilon_{,j} \right)_{,j} + C_1 \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t S_{ij} S_{ij} - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k}$$

$$\frac{C_\mu \eta^3 \left( 1 - \frac{\eta}{\eta_0} \right) \varepsilon^3}{1 + \beta \eta^3} \frac{1}{k}$$

$$\eta = S \frac{K}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij} S_{ij}}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3)$$

که در آن  $C_1, C_2$ : ضرایب تجربی،  $S$ : تانسور تنش و  $\sigma_s, \sigma_k$ : نیز به ترتیب اعداد پراوتل و اشمیت آشفته می باشد. ترم اضافی این مدل نسبت به  $k - \varepsilon$  استاندارد که شامل پارامتر  $\eta$  نیز است، بیانگر نسبت زمان مشخصه آشفتگی به زمان مشخصه میدان جریان است. این مدل به علت داشتن ترم های اضافی در معادله  $\varepsilon$ ، جریان های بر روی سطوح دارای انحنا، جدایی جریان و جریان های چرخشی را

الگوریتم های بسیار قوی در حل مسائل جریان ارائه شده اند که با وجود رایانه های پر سرعت کار تحلیل سه بعدی جریان و رسوب را در شرایط بسیار پیچیده ممکن می سازند [۹ و ۱۰].

برای حل مستقیم معادلات ناویر استوکس بدون متوسط گیری زمانی، به رایانه هایی با سرعتی بسیار زیادتر از رایانه های امروزی نیاز می باشد. متوسط گیری زمانی باعث اضافه شدن ترم های جدید به معادلات ناویر استوکس که بیانگر آشفتگی جریان هستند، گردیده [۱۱]. لذا برای به دست آوردن ترم های آشفتگی در معادلات ناویر استوکس مدل های آشفتگی توسعه پیدا نموده اند. به علاوه مدل های انتقال رسوب و تغییرات بستر نیز به موازات مدل های جریان توسعه یافته. Van Rijn [۵] و می توان از مدل ترکیبی انتقال رسوب به صورت سه بعدی و جریان به صورت انتگرال گیری شده در عمق، استفاده نمود. تاکنون تعداد زیادی از مدل های سه بعدی همراه انتقال رسوب توسعه داده شده اند [۱۲-۱۶]، که قادر می باشند پدیده های پیچیده هیدرولیکی را که به خاصه در مهندسی رودخانه مورد توجه شبیه سازی نمایند. در کاربرد مدل های عددی با وجود پیشرفت های زیاد در آن باید دقت فراوانی نمود. لذا برای اطمینان از میزان دقت آن ها باید در موارد زیادی به کار گرفته شود و هم چنین فرض های موجود در آن ها شناسائی گردند. هدف تحقیق حاضر بررسی کارائی مدل های عددی سه بعدی و صحت سنجی آنها در چند مسئله نمونه و پیچیده در مهندسی رودخانه و مشخص کردن میزان دقت آن ها است. در این مطالعه مسائل پیچیده ای چون جریان در چاله آب شستگی، جریان و انتقال رسوب در تنگ شدگی و جریان و تغییرات توپوگرافی بستر در اتصال رودخانه ها مورد بررسی قرار گرفته اند. در هر مورد نتایج مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی یا اطلاعات صحرائی مقایسه شده است. در این مطالعه از مدل عددی سه بعدی SSIIM2.0 [۱۷ و ۱۸] استفاده شده که علت انتخاب آن استفاده از شبکه بی سازمان و سیستم چند بلوکه، مدل های آشفتگی پیشرفته و الگوریتم های حل متنوع، توانایی مدل کردن هندسه های پیچیده، قابلیت شبیه سازی انتقال رسوب هم چنین دسترسی این مدل به صورت رایگان می باشد.

## معادلات حاکم

معادلات جریان در این نرم افزار معادلات

بهتر مدل می نماید [۱۹].

برای محاسبه انتقال رسوبات، آنرا به دسته بار بستر و بار معلق تقسیم می کنند که غلظت بار معلق از معادله انتقال انتشار به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U_i \frac{\partial c}{\partial x_i} + w \frac{\partial c}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \Gamma \frac{\partial c}{\partial x_i} \right) \quad (۴)$$

که در آن  $c$  غلظت رسوبات،  $w$  سرعت سقوط ذرات رسوب،  $U$  سرعت جریان،  $x$  بعد فضا و  $\Gamma$  مجموع ضریب پخشیدگی آشفته و ضریب پخشیدگی ملکولی می باشد و مقدار  $\Gamma$  به صورت حاصل تقسیم لزجت آشفته ( $\nu_t = \mu_t / \rho$ ) بر عدد اشمیت (که مقدار آن بین ۰/۷ تا ۱/۰ منظور می گردد) نوشته می شود [۱۸].

$$\Gamma = \frac{\nu_t}{\sigma_s} \quad (۵)$$

برای محاسبه غلظت رسوبات نزدیک بستر در SSIIM از فرمول Van Rijn [۵] استفاده می شود، که رابطه آن به صورت زیر می باشد:

$$C_{bed} = 0.015 \frac{d^{0.3} \left( \frac{\tau - \tau_c}{\tau_c} \right)^{1.5}}{a \left( \frac{\rho_s - \rho}{\rho v^2} \right)^{0.1}} \quad (۶)$$

که در آن  $C_{bed}$  غلظت رسوبات نزدیک بستر،  $d$  قطر ذرات رسوب،  $a$  ارتفاع معادل زبری رسوبات است که مقدار آن زمانی که فرم های بستر وجود ندارد، برابر زبری معادل ( $K_s$ ) و زمانی که فرم های بسترو وجود دارد، برابر نصف ارتفاع متوسط فرم های بستر ( $\Delta$ ) می باشد،  $\tau$  تنش برشی بستر،  $\tau_c$  تنش برشی بحرانی برای حرکت رسوبات است (که از دیگرام شیلدز به دست می آید) و  $\rho_s, \rho$  به ترتیب جرم واحد حجم آب و دانه های رسوبی می باشند. برای محاسبه بار بستر به طور پیش فرض در نرم افزار SSIIM از فرمول تجربی بار بستر Van Rijn [۵] استفاده می شود که به صورت زیر می باشد.

$$\frac{q_b}{d^{1.5} \sqrt{\frac{(\rho_s - \rho)}{\rho} g}} = 0.053 \frac{\left( \frac{\tau - \tau_c}{\tau_c} \right)^{1.5}}{d^{0.3} \left( \frac{(\rho_s - \rho) g}{\rho v^2} \right)^{0.1}} \quad (۷)$$

که در آن  $q_b$  دبی در واحد عرض بار بستر و  $v$  لزجت سینماتیک می باشد.

در SSIIM برای شرط مرزی دیواره ها و بستر می توان از تابع دیوار استاندارد Shlichting استفاده نمود. شکل کلی

این تابع برای سطوح زبر به صورت زیر می باشد [۲۰].

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{30Y}{K_s} \right) \quad (۸)$$

که در آن  $k_s$  زبری یکنواخت معادل،  $U$  سرعت در فاصله  $Y$  از دیواره،  $u_*$  سرعت برشی و  $\kappa$  ثابت ون کارمن و برابر ۰/۴ است. برای محاسبه سطح آزاد، در هرگام زمانی سطح آب ثابت در نظر گرفته می شود، سپس با استفاده از میدان فشار و سرعت محاسبه شده و استفاده از یک نقطه ثابت به عنوان مبنا، تغییرات زمانی و مکانی سطح آب محاسبه شده و شبکه به هنگام می شود. برای مرزهای ورودی دبی معلوم و برای مرزهای خروجی سطح آب ثابت با فرض فشار هیدرواستاتیک منظور می گردد.

الگوریتم منقطع سازی در SSIIM حجم محدود بوده و برای کوپل معادلات سرعت-فشار از الگوریتم SIMPLE Patankar and Spalding و برای محاسبه شارها از روش قانون توانی Patankar و یا مرتبه دوم و از روش Rhie and Chow برای درون یابی استفاده می شود [۱۷].

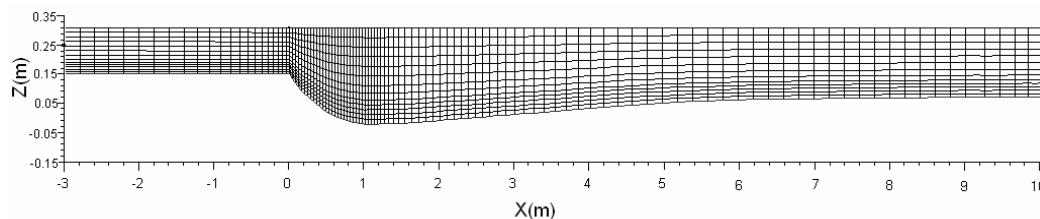
لازم به ذکر است در کلیه مثال هایی که در قسمت های بعد خواهد آمد، عدم وابستگی جوابها به اندازه سلول های شبکه مورد توجه قرار گرفته است. به این منظور تعداد سلول های محاسباتی طی چند اجرا افزایش یافته است (اندازه سلول ها کاهش یافته است) و جواب ها تا آن جا که دیگر با ریز تر کردن شبکه محاسباتی تغییری قابل توجه در جواب های مدل ایجاد نشود، مقایسه گردیده است. هم چنین در تمامی این مثال ها از شرط مرزی دبی معلوم برای ورودی و فشار معلوم (عمق معلوم) برای خروجی و برای دیواره ها و کف نیز از فرم استاندارد تابع دیوار استفاده شده است.

## به کارگیری مدل عددی

شبیه سازی جریان در چاله آب شستگی یک کانال مستقیم

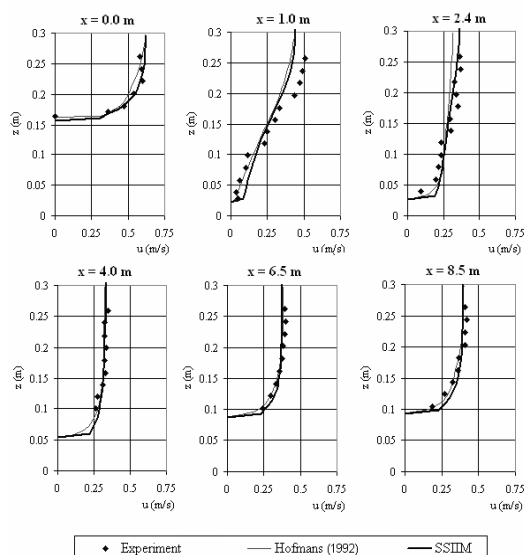
Hoffmans [۲۱] به مطالعه شکل حفره آب شستگی در پایین دست یک بستر فرسایش ناپذیر پرداخت. این آزمایش ها در فلومی به عرض ۸۰ سانتی متر انجام گرفته، بستر آبراهه در چند متر اول آن فرسایش ناپذیر بوده و در ادامه با مصالح فرسایش پذیر پوشانده شده است.

عمق متوسط آب در بالا دست ۰/۱۳۶ متر و دبی ۰/۰۵۶ مترمکعب در ثانیه می باشد.



شکل ۱: هندسه آزمایش های Hoffmans و شبکه بندی آن.

نتایج مدل عددی Hoffmans بهتر بوده (به خصوص در نزدیکی سطح آب) که این امر ممکن است به علت استفاده از SSIIM از الگوریتم های عددی دقیق تر و مدل آشفتگی پیشرفته تر باشد. حداکثر خطای مشاهده شده در مدل عددی حاضر در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی در محاسبه سرعت در جهت جریان حدود ۱۰٪ می باشد.



شکل ۲: مقایسه سرعت در جهت x برای مدل عددی Hoffmans و مدل عددی و مدل آزمایشگاهی Hoffmans [۲۱].

### شبیه سازی جریان و تغییرات بستر در یک تنگ شدگی تدریجی

در این قسمت، تغییرات بستر در یک تنگ شدگی تدریجی که تا حدود زیادی شبیه به تنگ شدگی یک پل در مسیر رودخانه می باشد، با استفاده از مدل عددی سه بعدی پیش بینی شده و با نتایج تحلیلی مقایسه شده است. مثال مورد استفاده، کانالی به عرض ۲ متر است که در طولی به اندازه ۲ متر به طور تدریجی تنگ شده و به عرض ۱ متر می رسد. دبی کانال ۰/۱۵ مترمکعب در ثانیه و بستر آبراهه با مصالحی به قطر ۰/۵ میلی متر پوشانده شده است. سرعت

در مدل آزمایشگاهی در بستر فرسایش پذیر حفره آب شستگی تشکیل شده است. هندسه مدل در شکل (۱) مشاهده می شود. از لحاظ هیدرولیک جریان، در این قسمت به علت پایین رفتن کف آبراهه و به وجود آمدن حفره در مسیر جریان، وضعیت پیچیده ای به وجود می آید. پیش بینی صحیح جریان در محل این حفره اهمیت زیادی دارد، زیرا شکل حفره آب شستگی به پیش بینی صحیح توزیع سرعت و تنش برشی در آن بستگی دارد. Hoffmans به مدل سازی عددی این آزمایش ها با یک مدل دوبعدی قائم نیز پرداخته است [۲۱]. در این مدل عددی برای شبیه سازی آشفتگی از مدل  $k-\epsilon$  استفاده شده است. هدف این قسمت شبیه سازی جریان در حفره آب شستگی و مقایسه آن با نتایج آزمایشگاهی و عددی Hoffmans می باشد.

در این تحقیق همانند مدل عددی Hoffmans با صرف نظر از اثر دیواره های دو طرف (استفاده از شرط لغزشی) در مدل سه بعدی، اثر عرض در نتایج مدل از بین می رود. در محاسبات طولی در حدود ۱۰ متر از ناحیه فرسایش پذیر شبیه سازی شده و طول قسمت فرسایش ناپذیر ۳ متر می باشد. شبکه بندی مدل و محورهای مختصات در شکل (۱) دیده می شود. تعداد سلول شبکه در طول ۱۲۰ و در عمق ۱۲ می باشد. در شروع منطقه آب شستگی به علت تغییر ناگهانی بستر، شرایط جریان دارای تغییرات شدید شده و به همین علت در این محل از شبکه ریزتری استفاده شده و هر چه به سمت پایین دست می رویم شبکه به صورت تدریجی درشت می شود. در این مسئله از مدل آشفتگی  $k-\epsilon$  و روش کوپل SIMPLE برای مدل سازی استفاده شده است.

شکل (۲) مقایسه نتایج حاصله از SSIIM و نتایج حاصله از مدل عددی و هم چنین مدل آزمایشگاهی Hoffmans برای سرعت در جهت x را در شش مقطع مختلف نشان می دهد. این شکل تطابق خوب مدل عددی حاضر را با آزمایش ها نشان می دهد. به طور کلی نتایج، از

شکل (۴) تغییرات کف را در تنگ شدگی تدریجی بعد از ۲۰ ساعت نشان می‌دهد. در این زمان بستر آبراهه تقریباً به حالت پایدار رسید و همان طور که ملاحظه می‌شود میزان اختلاف تراز بستر در قبل و در محل تنگ شدگی ۰/۱۷ متر است که بسیار نزدیک به مقدار محاسبه شده ۰/۱۹ متر از روابط تحلیلی می‌باشد. لازم به ذکر است که انحراف مشاهده در سلولهای ابتدا و انتهای مدل (در پروفیل شکل ۴) از اعمال شرایط مرزی ناشی شده و قابل اغماض می‌باشد.

#### جریان و تغییرات بستر در محل پل با دیوار هدایت

در این قسمت تغییرات بستر در محل پل همراه دیواره هدایت شبیه‌سازی شده و با نتایج آزمایشگاهی مقایسه گردیده است. مشخصات مدل بر اساس اطلاعات فلوم آزمایشگاهی و آزمایش انجام شده توسط فتحی [۳۳] می‌باشد. فلوم آزمایشگاهی مورد استفاده دارای عرض ۲ متر و طول ۱۵ متر با کف افقی است. کف فلوم در محل پل با مصالحی به قطر ۰/۹۵ میلی‌متر پر شده و یک تنگ شدگی از ۲ متر تا ۰/۶ متر در کانال ساخته شده است. در مقطع بالادست پل دیواره هدایت بیضوی به طول ۱/۳۲ متر و نسبت اقطار ۲/۲ قرار داده شده است. شکل (۵) هندسه این مدل را نشان می‌دهد.

عمق آب در پایاب ۱۱/۵ سانتی‌متر قرار داده شده است. بلوک‌بندی و شبکه‌بندی مدل در شکل (۶) دیده می‌شود. تعداد سلول شبکه در طول ۸۰، در عرض ۲۶ و در عمق ۱۰ عدد می‌باشد (شکل‌های ۳ و ۴). به علت پیچیدگی جریان، در اینجا از مدل آشفتگی *RNG* استفاده شده است، زیرا این مدل در نواحی دارای انحنا و جدایی جریان نتایجی بهتر از  $k - \epsilon$  استاندارد ارائه می‌نماید [۱۹].

مدل عددی برای تنگ‌شدگی پل همراه دیواره هدایت اجرا شده و پس از زمان شبیه‌سازی تقریبی ۱۶ ساعت، بستر آبراهه به حالت پایدار رسیده است. زمان اجرای این مدت شبیه‌سازی با یک پردازشگر 3.5GHz-AMD تقریباً ۹ ساعت به طول انجامیده است. شکل (۷) تراز بستر پیش‌بینی شده را نشان می‌دهد. همان طور که ملاحظه می‌شود حداکثر آب شستگی ۰/۲۶ متر پیش‌بینی شده که این مقدار در مدل آزمایشگاهی ۰/۳۲ متر می‌باشد. بنابراین مدل عددی عمق آب شستگی را تقریباً ۱۸ درصد کمتر از مدل آزمایشگاهی پیش‌بینی می‌نماید که البته این میزان خطا با توجه به پیچیدگی پدیده و تقریب‌های موجود در

برشی در کانال بالا دست در آستانه حرکت فرض شده، بنابراین حمل رسوبات در بالا دست وجود ندارد. در محل تنگ شدگی، تا زمانی که سرعت برشی به آستانه حرکت برسد، آب شستگی ادامه می‌یابد.

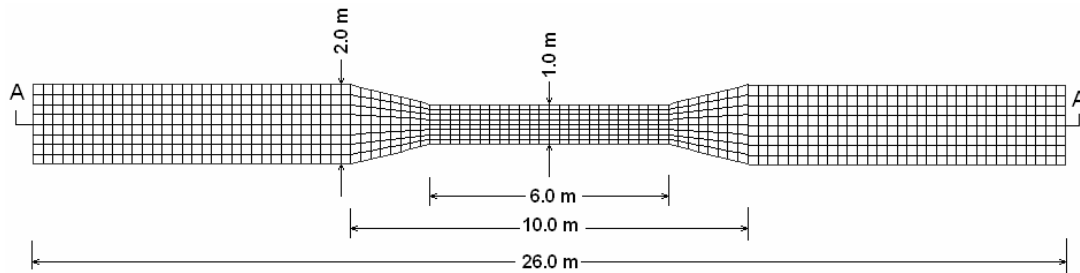
با استفاده از روابط شیلدز سرعت برشی آستانه حرکت با  $u_* = 0.018 \frac{m}{s}$  به دست می‌آید. طبق رابطه شزی داریم:

$$q = Cy \sqrt{yS} \quad (9)$$

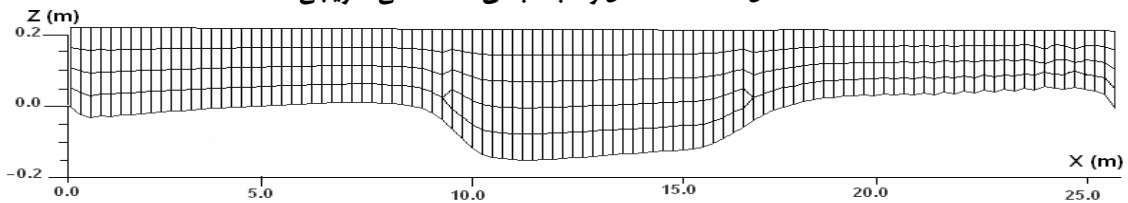
که در آن  $C$ : ضریب شزی،  $S$ : شیب آبراهه،  $y$ : عمق و  $q$ : دبی واحد عرض جریان بوده و با جای‌گزینی رابطه ضریب زبری شزی از معادله ترکیبی بسترهای زبر و صاف [۲۱] برای  $(Y^+ = \frac{u_* y}{\nu} = 9 > 5)$  و مقدار  $\frac{u_*}{\sqrt{g}} = \sqrt{yS}$  معادله شزی و با قرار دادن مقدار  $K_s = d_{50} = 0.5mm$  عمق کانال در قبل از تنگ شدگی ۰/۲۲ متر و در محل تنگ شدگی ۰/۴۱ متر به دست می‌آید. با داشتن سرعت قبل و بعد از تنگ شدگی و نوشتن معادله برنولی اختلاف سطح آب در قبل و بعد از تنگ شدگی ۰/۰۰۷ متر محاسبه می‌شود که بسیار ناچیز بوده و می‌توان از آن صرف نظر کرد. بنابراین بر اساس محاسبات فوق بین قبل و محل تنگ شدگی تغییر کف برابر ۰/۱۹ متر به وجود می‌آید. در شکل ۳ هندسه مدل و شبکه‌بندی آن دیده می‌شود. تعداد سلول شبکه در طول ۱۰۰ و در عمق ۱۰ عدد می‌باشد. در این جا از یک شبکه یکنواخت منطبق بر مرز استفاده شده است و به علت کم شدن عرض در محل تنگ‌شدگی شبکه در این محل خود به خود ریزتر می‌شود.

در این حل از مدل آشفتگی  $k - \epsilon$  استفاده شده است. هم‌چنین الگوریتم محاسبه شار جریان قانون توانی می‌باشد. در شبیه‌سازی از معادله بار بستر و هم‌چنین معادله بار معلق Van Rijn [۵] استفاده شده است. محاسبات نشان می‌دهد، پس از ۲۰ ساعت شبیه‌سازی بستر به حالت تعادل و حداکثر آب شستگی می‌رسد. زمان اجرای این مدت شبیه‌سازی با یک پردازشگر 3.5GHz-AMD تقریباً ۱۱ ساعت می‌باشد. لازم به ذکر است که در این مقاله (در تمامی مثال‌ها) برای تعیین حداکثر آب شستگی منحنی تغییرات کف نسبت زمان رسم شده و آب شستگی در زمانی که منحنی با تقریب خوبی موازی محور زمان شود (تغییرات کف ناچیز گردد) به عنوان آب شستگی حداکثر در نظر گرفته شده است.

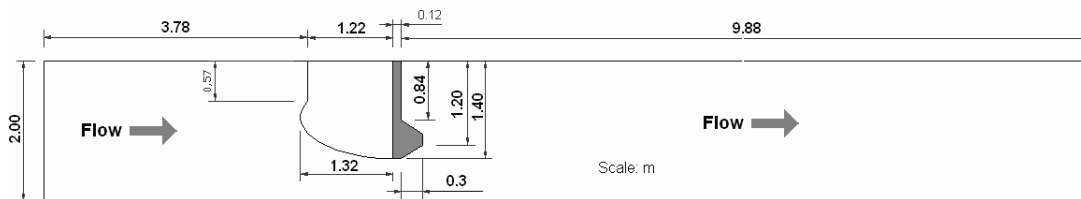
معادلات حمل رسوب دور از انتظار نمی باشد. شکل (۸) مقایسه پروفیل آزمایشگاهی و عددی در  $y=0.5m$  است که با مقایسه نتایج آزمایشگاهی و عددی ملاحظه می شود، مدل عددی مقادیر آب شستگی را کمتر پیش بینی نموده و هم چنین محل حفره آب شستگی را اندکی جلوتر نشان می دهد.



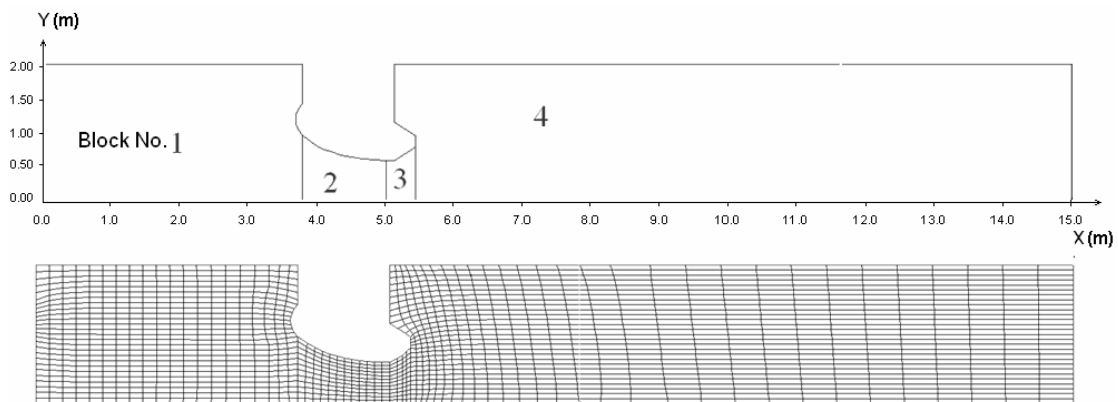
شکل ۳: هندسه مدل و شبکه بندی تنگ شدگی تدریجی.



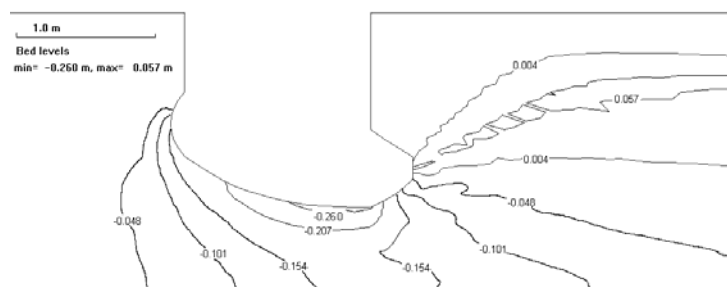
شکل ۴: تغییرات کف و شبکه در عمق (پس از اجرای مدل) در پروفیل واقع در وسط عرض آبراهه (مقطع A-A).



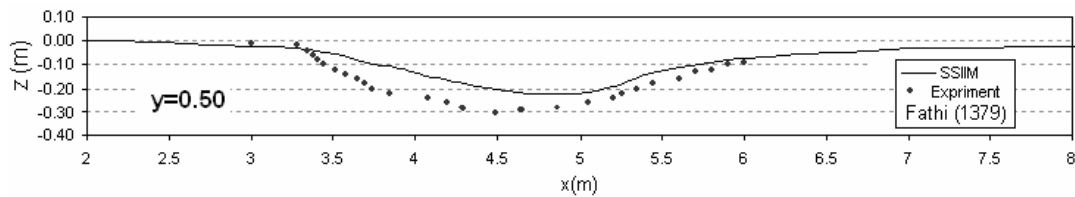
شکل ۵: هندسه مدل پل همراه دیواره هدایت [۲۱].



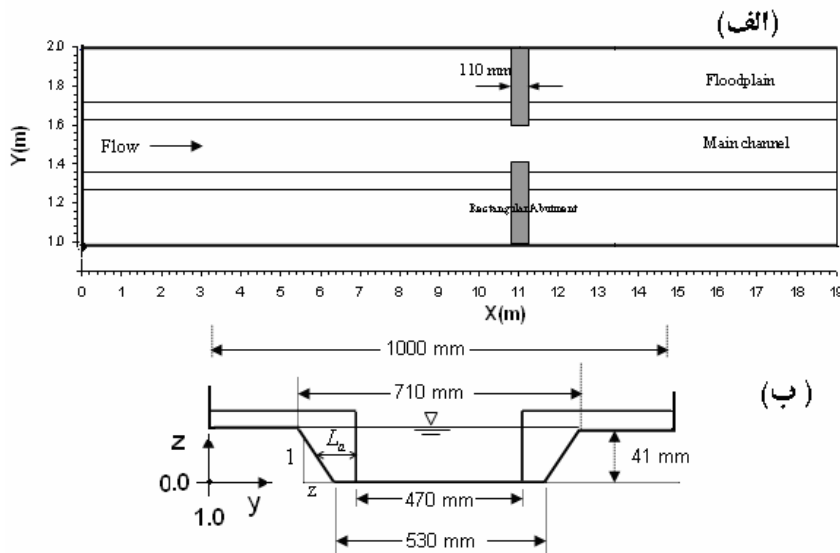
شکل ۶: بلوک بندی و شبکه بندی دامنه حل.



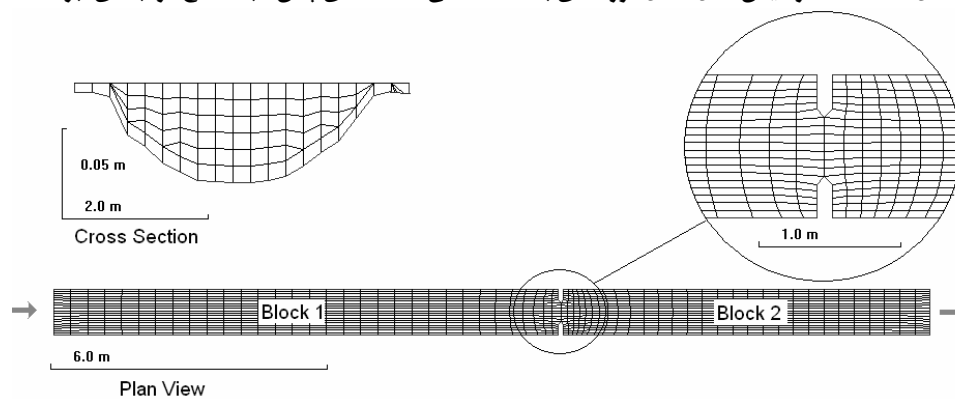
شکل ۷: تراز بستر حاصل از اجرای مدل عددی.



شکل ۸: مقایسه پروفیل آزمایشگاهی و پروفیل عددی در  $Y=0.50m$ .



شکل ۹: هندسه آزمایش مدل کانال ذوزنقه‌ای با تنگ شدگی. الف: نمای پلان. ب: مقطع در ابتدای آبراهه.



شکل ۱۰: شبکه بندی مدل کانال ذوزنقه‌ای با تنگ شدگی.

تشکیل شده است [۲۳]. تنگ‌شدگی در فاصله ۱۱ متری از ابتدای آبراهه قرار دارد. خصوصیات هندسی و هیدرولیکی در جدول (۱) و هندسه مدل شکل (۹) ارائه شده است.

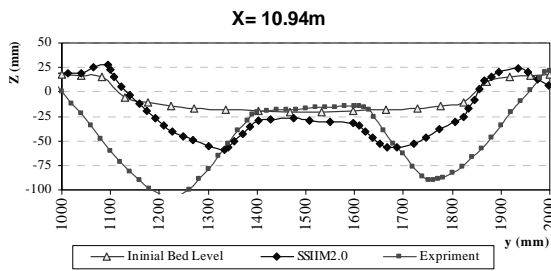
جدول ۱: خصوصیات هیدرولیکی آزمایشات [۲۳].

| Q     | b     | z     | Y    | B     | Sb     | n     |
|-------|-------|-------|------|-------|--------|-------|
| (l/s) | (mm)  | (m/m) | (mm) | (mm)  | (m/m)  |       |
| 10    | 528.3 | 2.00  | 42.4 | 697.7 | 0.0020 | 0.013 |

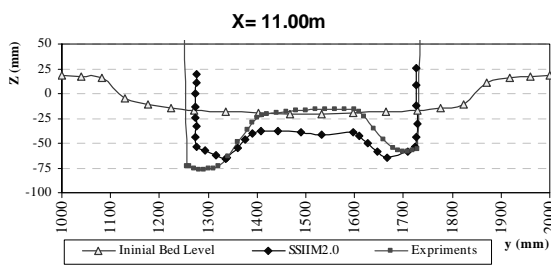
Sb: شیب طولی، b: عرض کف، z: شیب کناره، Y: عمق کانال، B: عرض کانال در سطح آب و n: عدد منینگ

تغییر بستر در آبراهه ذوزنقه‌ای همراه با تنگ‌شدگی آزمایش هائی توسط Azizian [۲۳] در فلومی به طول ۱۹ متر و عرض ۱ متر انجام گرفته است که در آن ابتدا با استفاده از روابط رژیم، یک آبراهه با مقطع ذوزنقه ایجاد شده است. سپس با عبور آب و ایجاد حالت رژیم (رسوب ورودی و خروجی برابر) مقطع آبراهه به حالت تعادل رسیده است. در مرحله بعد دو صفحه در یک مقطع کانال به عنوان مدل کوله‌های پل<sup>۱</sup> قرار داده شده که این کوله‌ها یک تنگ‌شدگی در مسیر جریان ایجاد نموده اند. کف و دیواره آبراهه از مصالحی با  $d_{50} \approx 0.90mm$  و  $d_{35} = 0.80mm$

کل ۰/۲۵ می باشد. هم چنین عمق پایین دست ثابت و برابر ۰/۳۱ متر منظور شده است. [۲۵]



شکل ۱۱: مقایسه بستر اولیه، بستر حاصل از آزمایش ها و بستر حاصل از اجرای مدل عددی در مقطع  $x=10.94m$  (قبل از کوله).



شکل ۱۲: مقایسه بستر اولیه، بستر حاصل از آزمایش ها و بستر حاصل از اجرای مدل عددی در مقطع  $x=11m$  (محل کوله).

شکل (۱۴) شبکه بندی مدل را نشان می دهد. تعداد سلول های شبکه در آبراهه اصلی در طول ۱۱۴ در عرض ۱۵ و در عمق ۱۰ عدد و در آبراهه فرعی به ترتیب ۱۵، ۳۰ و ۱۰ عدد می باشد. سعی شده است به علت وضعیت پیچیده جریان در محل اتصال، در این محل از شبکه ریزتر استفاده گردد. برای کاهش تعداد سلول شبکه، عرض سلول های شبکه تدریجاً به سمت پایین دست، با نسبت ۱۵٪ بزرگتر می شود. مدل آشفتگی به کار رفته در این مثال (پس از حساسیت سنجی) RNG است. همان طور که قبلاً اشاره گردید این مدل به علت داشتن ترم های اضافی در معادله  $\epsilon$  جریان های بر روی سطوح دارای انحنا، جدایی جریان و جریان های چرخشی را بهتر مدل می نماید [۱۹].

نتایج حاصله از مدل عددی برای توزیع سرعت و پیش بینی سطح آزاد در شکل های (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده است. همان گونه که مشاهده می شود مدل عددی در مجموع مدل عددی نتایج قابل قبولی در مورد محاسبه سرعت و سطح آزاد در اتصال دارد.

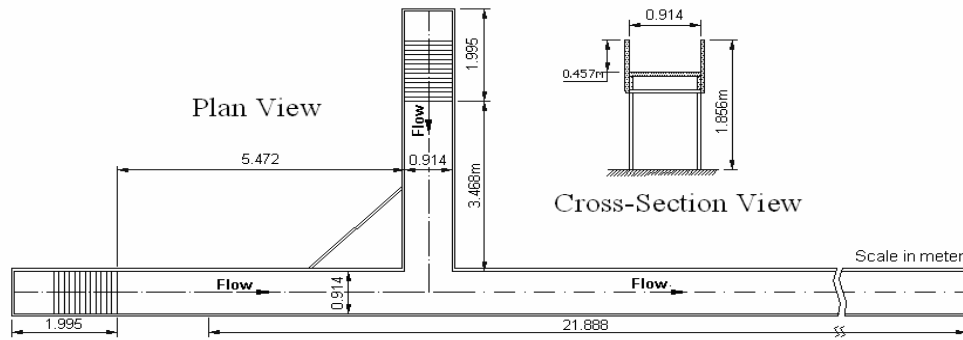
آزمایش ها در دو مرحله انجام شده که در ابتدا با عبور جریان از آبراهه بدون کوله، بستر به پایداری رسیده، سپس با استفاده از این مقطع رژیم، کوله ها اضافه شده اند. هدف این بخش بررسی تغییر در هندسه یک آبراهه رژیم در اثر تنگ شدگی می باشد، بنابراین در این جا از مقطع رژیم (مقطعی که توسط جریان بدون کوله به پایداری رسیده) به عنوان مقطع اولیه استفاده شده که می توان بلوک بندی و شبکه بندی مدل را در شکل (۱۰) ملاحظه نمود. تعداد سلول شبکه در طول ۶۰، در عرض ۱۸ و در عمق ۱۰ عدد می باشد سعی شده است در نواحی نزدیک به کوله از شبکه ریزتر استفاده شود. به علت پیچیدگی جریان و وجود جدایی جریان، در اینجا برای مدل سازی، مدل آشفتگی *RNG* انتخاب گردیده است.

شکل های (۱۱) و (۱۲) مقایسه بستر آبراهه برای مدل عددی و آزمایشگاهی را در قبل و محل تنگ شدگی نشان می دهند. همان طور که ملاحظه می شود نتایج با توجه به پیچیدگی این مثال (مرز متحرک در کف و دیواره ها علاوه بر سطح آب) تا حدی قابل انتظار بوده هر چند مقدار پیش بینی شده عمق آب شستگی در قبل از تنگ شدگی تا ۲۵٪ کمتر از مقادیر آزمایشگاهی می باشد. هم چنین مدل عددی، فرسایش کناره را با تقریب پیش بینی می نماید که در مدل آزمایشگاهی کناره ها تا ۱۵٪ عرض فرسایش یافته اند [۲۳]، در حالی که این مقدار در مدل عددی حداکثر ۳٪ می باشد. بنابراین این تحلیل نشان می دهد، در جایی که حرکت جانبی رودخانه وجود دارد این مدل نتایج قابل قبولی ارائه نخواهد داد. ضمن این که باید توجه داشت که این مثال با توجه به قابل فرسایش بودن کف و دیواره ها بسیار پیچیده می باشد.

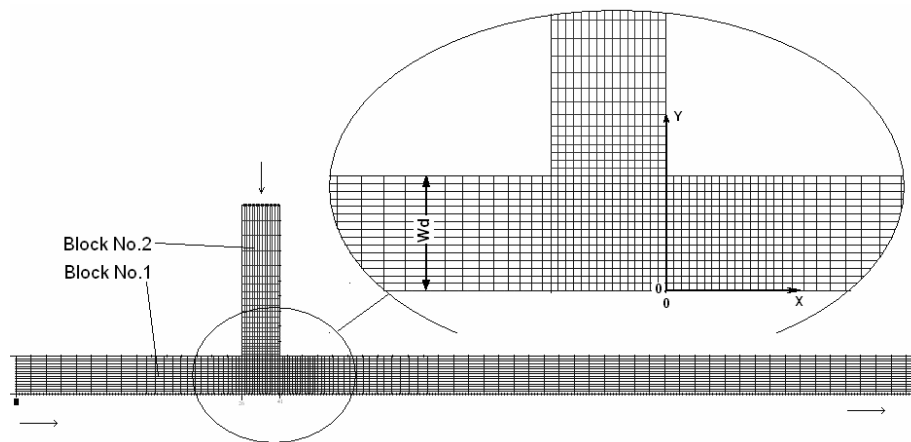
### جریان در اتصال آبراهه ها

اطلاعات آزمایشگاهی مربوط به Shumate and Weber می باشد [۲۴ و ۲۵]. همان طور که در شکل (۱۳) مشاهده می شود، آزمایش ها در فلومی با زاویه اتصال ۹۰ درجه انجام گرفته است. طول کانال اصلی ۲۱/۴۵ متر می باشد و اتصال در فاصله ۵/۴۷ متری از ابتدای کانال است. طول کانال فرعی ۳/۶۴ متر و عرض هر دو کانال ۰/۹۱۴ متر و کانال ها کاملاً افقی است. کل دبی ترکیب شده دو کانال ۰/۱۷ مترمکعب بر ثانیه و نسبت دبی آبراهه اصلی به دبی





شکل ۱۳: هندسه اتصال آزمایشگاهی Shumate & Weber [۲۵].



شکل ۱۴: شبکه بندی مدل اتصال ۹۰ درجه ( درصد تغییر اندازه دو سلول مجاور ۱۵٪).

#### شبیه سازی تغییر بستر در اتصال رودخانه طبیعی

Rhodads به منظور مطالعه مورفولوژی بستر در یک اتصال، به بررسی اطلاعات مربوط به اندازه گیری های صحرائی اتصال رودخانه های Kaskaskia و Copper Slough در جنوب آمریکا پرداخت [۲۷ و ۲۶]. این اتصال دارای زاویه تقریبی ۶۰ درجه می باشد (شکل ۱۷). در مطالعه حاضر از اطلاعات هیدرولیکی سال ۱۹۹۶ برای شبیه سازی استفاده شده و توپوگرافی بستر حاصل از مدل عددی با توپوگرافی اندازه گیری شده در این سال مقایسه گردیده است. در جدول (۲) اطلاعات مربوط به عرض، عمق، دبی و جنس رسوبات هر شاخه دیده می شوند. در اجرای مدل شرایط رودخانه ماندگار فرض شده است. هدف ما در این جا آن است که مدل عددی، خود تغییرات بستر و کناره را محاسبه کند، در نتیجه رقوم بستر اولیه در تمامی نقاط یکسان و برابر صفر در نظر گرفته شده است.

همان گونه که شکل (۱۵) نتایج آزمایشگاهی و عددی سرعت در مقاطع مختلف را نشان می دهد، تطابق جواب ها در مقاطع نزدیک به اتصال کمتر و در پایین دست بیشتر می باشد. به علت جدایی جریان پس از برخورد دو آبراهه جریان های چرخشی شدیدی در این ناحیه حاکم بوده [۳۴] و به همین دلیل در مقاطع نزدیک به محل اتصال، مدل عددی در برخی نقاط تا ۳۰٪ در محاسبه سرعتها همراه با خطا می باشد و علی رغم این اختلاف که به علت وضعیت بسیار پیچیده جریان در محل اتصال و ضعف مدل های آشفتگی در این گونه نواحی می باشد، با این حال مدل عددی در محاسبه سطح آزاد دقت خوبی دارد. شکل (۱۶) مقایسه سطح آزاد پیش بینی شده توسط مدل عددی و به دست آمده از اندازه گیری های آزمایشگاهی را نشان می دهد و همان طور که ملاحظه می شود، حداکثر خطای پیش بینی سطح آزاد در این محاسبات حدود ۵٪ می باشد.

اصلی  $10 \times 20 \times 10$  و در آبراهه فرعی  $10 \times 12 \times 35$  عدد می‌باشد. در اینجا از دو بلوک برای شبکه بندی مدل استفاده شده و طول مدت مدل شبیه سازی برای رسیدن به حالت پایدار ۱۸ ساعت بوده که اجرای این مدت شبیه‌سازی با یک پردازشگر AMD-3.5GHz تقریباً ۱۲ ساعت به طول انجامیده است.

جدول ۲: اطلاعات هیدرولیکی رودخانه های Kaskaskia و Copper مربوط به ۱۹۹۶ [۲۶]

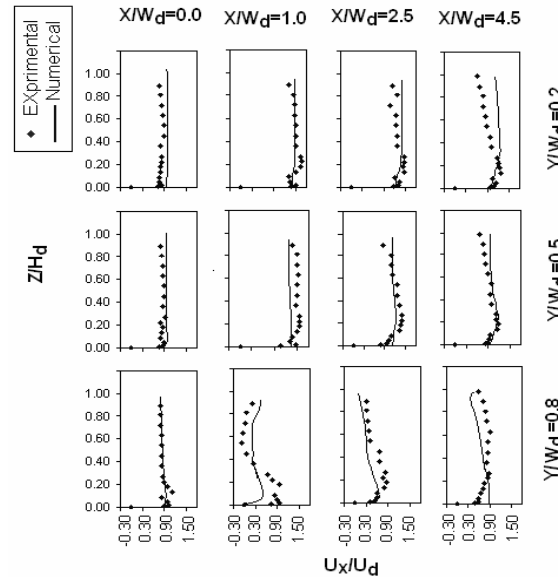
| River     | Width (m) | Depth (m) | Discharge $m^3/s$ | d50 (mm) |
|-----------|-----------|-----------|-------------------|----------|
| Kaskaskia | 7.3       | 0.8       | 3.85              | 0.85     |
| Copper    | 8         | 0.7       | 2.63              | 4.76     |

شکل (۱۷) بستر اندازه گیری شده و شکل (۲۰) بستر محاسبه شده را نشان می‌دهند. با مقایسه این دو شکل تطابق خوب نتایج عددی با نتایج صحرایی مشاهده می‌شود. هم چنین ملاحظه می‌گردد مدل SSIIM دیواره داخلی را با رسوب گذاری پر کرده و به این دیواره حالت انحنا می‌دهد. شکل (۲۱) مقایسه نتایج عددی و اندازه‌گیری‌های صحرایی پروفیل کف در  $Y=4m$  (محورهای مختصات در شکل (۱۸) آمده) را نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که مدل عددی حاضر تا ۱۰٪ در محاسبه آب شستگی خطا دارد.

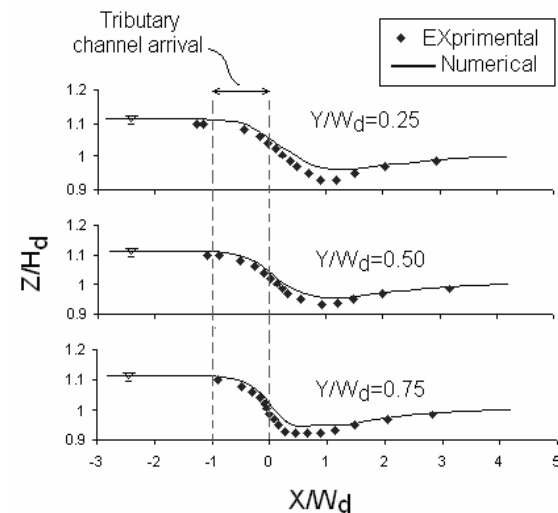
### بحث و نتیجه گیری

با توجه به محدودیت‌های مدل‌های فیزیکی، استفاده از مدل‌های عددی سه بعدی در مسائل پیچیده مهندسی رودخانه اجتناب ناپذیر است. با این حال کاربرد مدل‌های عددی سه بعدی مستلزم شناخت دقت محاسبات و تقریب‌ها در مسائل مختلف با توجه به فرضیات موجود و زمان مورد نیاز برای اجرا و امکان عدم هم‌گرایی است. در این مقاله مدل‌های عددی سه‌بعدی جریان و انتقال رسوب برای تعدادی از مسائل پیچیده مهندسی رودخانه به کار گرفته شده است.

نتایج حاصله در این مقاله نشان می‌دهند، مدل عددی استفاده شده، که یکی از مدل‌های سه بعدی در دسترس مهندسی می‌باشد، در شبیه‌سازی جریان و محاسبه سطح آزاد و محاسبه تغییرات توپوگرافی بستر در رودخانه مقادیری قابل قبول پیش‌بینی می‌نماید و با این که در نواحی دارای جریان‌های چرخشی شدید، در بعضی نقاط خطای محاسبه



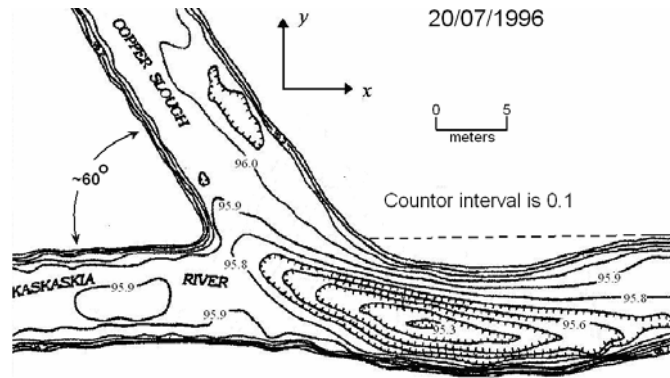
شکل ۱۵: مقایسه تغییرات مقدار بی بعد سرعت افقی برای مدل عددی و مدل آزمایشگاهی.



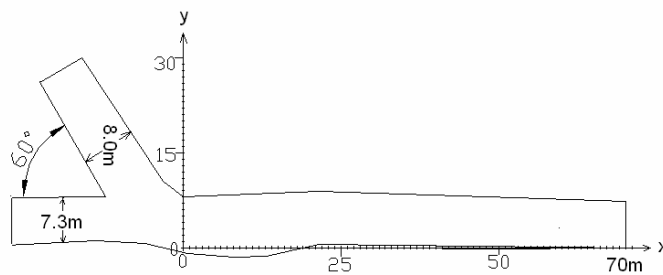
شکل ۱۶: مقایسه تغییرات سطح آب برای مدل عددی و مدل.

هم چنین به علت توانایی SSIIM در محاسبه رسوب گذاری در دیواره ها، دیواره محل جدایی جریان بعد از اتصال، در امتداد خط نقطه چین در شکل (۱۷) در نظر گرفته شده تا مدل عددی، خود با رسوب گذاری این دیواره را جا به جا نماید زیرا با توجه به اطلاعات گزارش شده [۲۶]، در رودخانه طبیعی دیواره داخلی در ابتدا مستقیم بوده و به مرور زمان و با رسوب گذاری، در این محل به سمت داخل انحنا پیدا کرده است.

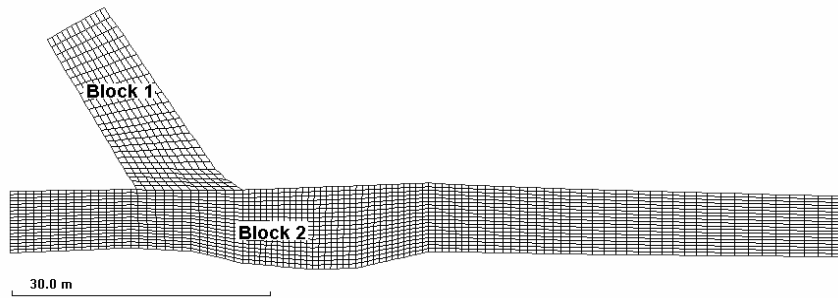
در مدل عددی، تا ۷۰ متر از طول رودخانه شبیه سازی شده است. هندسه استفاده شده در مدل و محورهای مختصات در شکل (۱۸) دیده می‌شود. شکل (۱۹) نیز شبکه بندی مدل را نشان می‌دهد. تعداد سلول شبکه در آبراهه



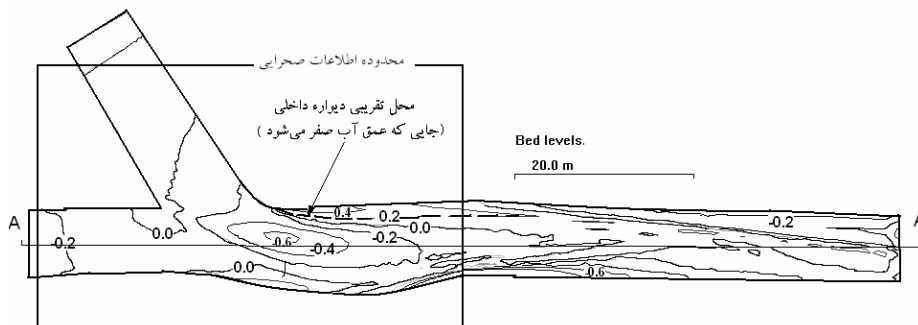
شکل ۱۷: هندسه و تراز بستر برای اتصال رودخانه‌های Kaskaskia-Copper Slough مربوط سال ۱۹۹۶ [۲۶].



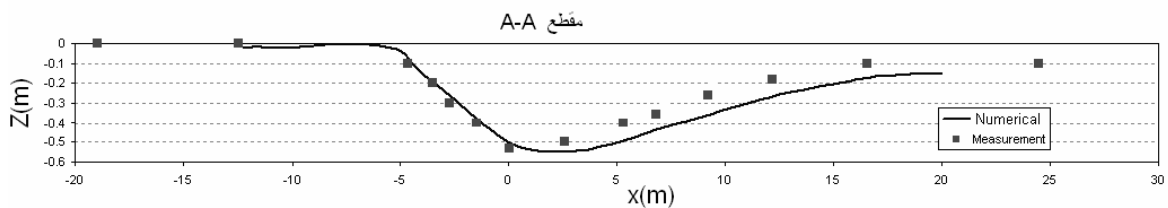
شکل ۱۸: هندسه اولیه استفاده شده در مدل عددی و محورهای مختصات در اتصال رودخانه های Kaskaskia-Copper Slough.



شکل ۱۹: شبکه بندی اتصال رودخانه های Kaskaskia-Copper Slough.



شکل ۲۰: نقشه تراز بستر حاصل از اجرای مدل عددی.



شکل ۲۱: مقایسه نتایج عددی و اندازه گیری های پروفیل طولی کف در Y=4m.

اگر رسوب‌گذاری در کناره‌ها رخ دهد مدل آن را به خوبی شبیه‌سازی می‌نماید.  
با توجه به مطالب فوق می‌توان گفت دقت مدل‌های عددی سه‌بعدی مانند مدلی که در این مقاله از آن استفاده شده است، با توجه به دقت مورد نیاز در کارهای مهندسی در حد قابل قبولی قرار داشته و می‌توان در بسیاری از موارد در حل مسائل مهندسی رودخانه از آن استفاده نمود.

سرعت زیاد می‌شود، ولی مدل قادر است توزیع سرعت و جریان‌های چرخشی را به خوبی مدل‌سازی نماید. در پیش‌بینی تغییرات بستر و عمق آب‌شستگی، مدل روند تغییرات بستر را هم در مدل آزمایشگاهی و هم در مقایسه با اندازه‌گیری‌های صحرایی به خوبی نشان می‌دهد ولی عمق حفره آب‌شستگی را کمتر و محل آنرا اندکی جلوتر پیش‌بینی می‌نماید. از طرفی در جایی که حرکت جانبی آبراهه وجود داشته باشد نتایج قابل قبول نمی‌باشد ولی

## مراجع

- 1 - Ballos, C. V. and Sakkas, J. G. (1987). "1-D dam-break flood-wave propagation on dry bed." *ASCE, J. Hydr. Eng.*, Vol. 113, No.12, PP. 1510-1524.
- 2 - Szykiewicz, R. (1995). "Method to solve 1D unsteady transport and flow equations." *ASCE, J. Hydr. Eng.*, Vol. 121, No. 5, PP 396-403.
- 3 - Wong, M. (2006). "One-dimensional modeling of bed evolution in gravel bed river subject to cycled flood hydrograph." *J. Geophysical Res.*, Vol. 111, No. F3, F03018.
- 4 - Kuipers, J., and Vreugdenhil, C. B. (1973). "Calculation of two dimensional horizontal flow." *Report S163, part 1, Delft Hydraulics Lab.*, Delft, the Netherlands.
- 5 - van Rijn, L. C. (1987). "Mathematical modeling of morphological processes in the case of suspended sediment transport." *Delft Hydr. Communication*, No. 382, Delft, the Netherland.
- 6 - Jin, Y. C., and Steffler, P. M. (1993). "Predicting flow in curved open channels by depth-averaged method." *J. Hydr. Eng. ASCE.*, Vol. 119, No. 1, PP. 109-124.
- 7 - Zarrati, A. R., Tamai, N. and Jin, Y. C. (2005). "Mathematical modeling of meandering channels with a generalized depth averaged model." *ASCE, J. Hydr. Eng.*, Vol. 131, No. 6, PP. 467-475.
- 8 - van Rijn, L. C. (1993). *Principles of sediment transport in rivers, estuaries and coastal seas*. Aqua Publications, Amsterdam.
- 9 - Bradbrook, K. F., Lane, S. N. and Richards, K. S. (2000). "Numerical simulation of three-dimensional, time-averaged flow structure at river channel confluences." *J. Water Resour. Res.*, Vol. 36 No. 9, PP. 2731-2746.
- 10 - Huang, J. C., Weber, L. J., and Lai, Y. G. (2002). "Three-dimensional numerical study of flows in open-channel junctions." *J. Hydr. Eng. ASCE*, Vol. 128, No. 3, PP. 268-280.
- 11 - Lane, S.N., Richards, K. S. (1998) "High resolution, two-dimensional spatial modelling of flow processes in a multi-thread channe." *Hydrological Processes*, Vol. 12, No.8, PP. 1279-1298.
- 12 - Wang, S. S.-Y., and Adeff, S. E. (1986). "Three-dimensional modeling of river sedimentation processes." *Proc., 3rd Int. Symp. on River Sedimentation*, University of Mississippi.
- 13 - Demuren, A. O. (1991). "Development of a mathematical model for sediment transport in meandering rivers." *Rep. No. 693, Inst. for Hydromechanics*, University of Karlsruhe, Karlsruhe, Germany.
- 14 - Majumdar, S., Rodi, W., and Zhu, J. (1992). "Three-dimensional finite volume method for incompressible flows with complex boundaries." *J. Fluids Engrg.*, Vol. 114, PP. 496-503.
- 15 - Olsen, N. R. B. and Kjellesvig, H. M. (1998). "Three-dimensional numerical flow modeling for estimation of maximum local scour depth." *IAHR, J. Hydraul. Res.*, No. 4, PP. 579-590.

- 16 - Olsen, N.R.B and Stokseth, S. (1995). "Three-Dimensional Numerical Modeling of Water Flow in a River with Large Bed Roughness." *J. Hydraul. Res. IAHR*, Vol. 33, No. 4, PP. 571-581.
- 17 - Olsen, N.R.B. (2004). *SSIIM Users' Manual*. The Norwegian University of Science and Technology.
- 18 - Olsen, N. R. B. (2004). *CFD Algorithms for Hydraulic and Sedimentation Engineering*. The Norwegian University of Science and Technology.
- 19 - Yakhot, V. and Smith, L.M. (1992) "The renormalization group, the expansion, and derivation of turbulence models." *J. Sci. Comput.*, Vol. 7, No. 35, PP. 35-61.
- 20 - Patankar, S. V. (1980). *Numerical heat transfer and fluid flow*, Hemisphere, New York.
- 21 - Hoffmans, G. (1992). *Numerical simulation of scour holes*. PhD Thesis, Department of Fluid Mechanics, Delft University of Technology, Delft, the Netherlands.
- 22 - Colebrook, C.F. and White, C.M. (1937). "Experiments with fluid friction in roughened pipes." *Royal Society London*, Vol. 161(A), PP. 367-381.
- 23 - Azizian, M. (2006). *Experimental study of regime channels dimensions*, PhD Thesis, University of Newcastle, England.
- 24 - Shumate, E.D. and Weber, L. J. (1998). "Experimental Description of Combining Flows at an Open Channel Junction." *Proceedings of the ASCE Water Resources Engineering '98 Conference*, PP. 1679-1684.
- 25 - Shumate, E.D. (1998). *Experimental description of flow at an open-channel junction*, M.S. Thesis, University of Iowa.
- 26 - Rhoads, B.L. (1996). *Mean structure of transport-effective flows at an asymmetrical confluence when the main stream is dominant*. In: Ashworth, P.J., Bennett, S.J., Best, J.L., McLelland, S.J. Eds. *Coherent Flow Structures in Open Channels*. Wiley, Chichester, PP. 491-518, Chap. 24.
- 27 - Rhoads, B.L. and Kenworthy, S.T. (1996). "Flow structure at an asymmetrical stream confluence." *Geomorphology*, Vol. 11, PP. 273-293.
- 28 - Rodi, W. (1980). *Turbulence Models and their Application in Hydraulics*, IAHR, Delft.
- 29 - Hoffmans, G. (1992). *Numerical Simulation of scour holes*. PhD Thesis, Department of fluid mechanics. Delft University of Technology, Delft, Netherlands.
- 30 - Olsen, N. R. B. (2004). Closure to "Three-dimensional CFD modeling of self-forming meandering channel." *ASCE Journal of Hydraulic Engineering*, Vol. 130, No. 8, PP. 838-839.
- 31 - Olsen, N. R. B., Pegg, I., Alfredsen, K. T., Fergus, T. and Fjeldstad, H.P. (2004). "3D CFD modelling of sediment deposition in habitat improvement structures." *5th International Symposium on Ecohydraulics*, Madrid, Spain.
- 32 - Fathi, A. (2000). *Study on scouring around bridge guide walls*, MSc Thesis, Dept. of Civil Engineering, Amirkabir University of Technology.
- 33 - Shakibaenia, A. (2007). *Numerical modeling of river confluence*, MSc Thesis, Dept. of Civil Engineering, Amirkabir University of Technology.

واژه های انگلیسی به ترتیب استفاده در متن